

Perbandingan Model Linier Versus Analisis Vektor pada Gerak Grup Sunspot di Lintang Selatan dari Siklus Matahari Ke-23

The Comparison of Linear Models Versus the Vector Analysis to the Sunspot Group Motion at Southern Latitudes of the Solar Cycles 23th

Nanang Widodo*

Balai Pengamatan Dirgantara, LAPAN Watukosek
P.O.Box 04 Gempol Pasuruan

ABSTRAK

Perbandingan kedua model bertujuan untuk mendapatkan satu model representatif yang dapat menjelaskan pergerakan grup-grup *sunspot* di lintang selatan Matahari pada siklus ke-23. Jika pergerakan posisi grup *sunspot* harian dipetakan pada arah bujur dan lintang, maka ia dapat dinyatakan sebagai vektor R_i . Evolusi grup *sunspot* selama n hari dapat diimplementasikan sejumlah $(n - 1)$ vektor dan vektor total adalah vektor resultan, R . Umumnya pergerakan grup *sunspot* bergeser ke arah lintang positif atau negatif. Jika R dibagi panjang evolusi (n hari) diperoleh vektor rata-rata $\bar{R} = (\pm b^\circ B, \pm l^\circ L)$. Besaran b adalah rata-rata selisih derajat bujur/hari, dan l adalah rata-rata selisih derajat lintang/hari. Sebaran data posisi grup *sunspot* dari hari ke-1 sampai n , dapat didekati dengan persamaan regresi linier. Dalam mempelajari karakteristik lintasan grup *sunspot* digunakan data *sunspot* kelas H dan J di belahan selatan cakram matahari hasil pengamatan matahari BPD Watukosek dari tahun 1997-2008 (siklus ke-23). Dari perbandingan dua model linier di atas akan diperoleh lintasan gerak grup *sunspot* yang terbaik. Hasil ini, sesuai sifat-sifat diferensial rotasi di permukaan matahari. Grup *sunspot* di lintang rendah akan bergerak relatif lebih cepat dibandingkan grup *sunspot* yang berada di lintang tinggi. Hasil pemodelan dapat pula digunakan untuk interpolasi untuk data yang tidak teramati dan ekstrapolasi untuk meramalkan posisi grup *sunspot* di hari berikutnya.

Kata kunci: *sunspot, vektor resultan, belahan selatan matahari*

ABSTRACT

Comparison of the two models aimed to get a representative model that can explain the movement of sunspot groups in southern latitudes on the solar cycles 23th. If the movement of the daily sunspot groups is projected in the longitude and latitude direction, then it can be considered as vector R_i . The evolution of sunspot groups during n days can be implemented into $n-1$ vectors and total vector of R_i is the resultant vector, R . Commonly, the movement of sunspot groups shift to positive or negative latitude direction. If R divided by a long of evolution ($= n$ days) obtained an average vector $\bar{R} = (\pm b^\circ B, \pm l^\circ L)$ where, the magnitude of b is the average difference in degrees of longitude/day, and l is the average difference in degrees of latitude/day. Distribution of sunspot group position data from first day until to n days can be approximated by a linear regression equation. In studying the trajectory characteristics of sunspot groups used sunspot data of classes H and J in the southern hemisphere of the disk solar observations BPD Watukosek from 1997–2008 (cycle 23). From the comparison of the above two models obtained the best linear trajectories of a sunspot group. This result accordingly

* Alamat Korespondensi
e-mail: nang_widodo@yahoo.com

to the properties of differential rotation at the solar surface. Where at the lower latitude sunspot group will move relative faster than higher latitudes. The results of modeling can be used to interpolate to data that is not observed and extrapolated to predict the position of a sunspot group on the next day.

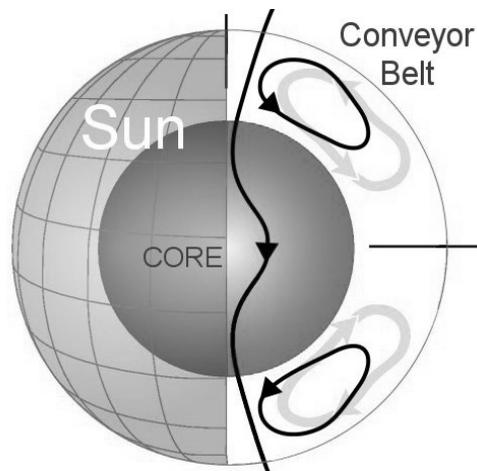
Key words: sunspot, the resultant vector, the southern hemisphere

PENDAHULUAN

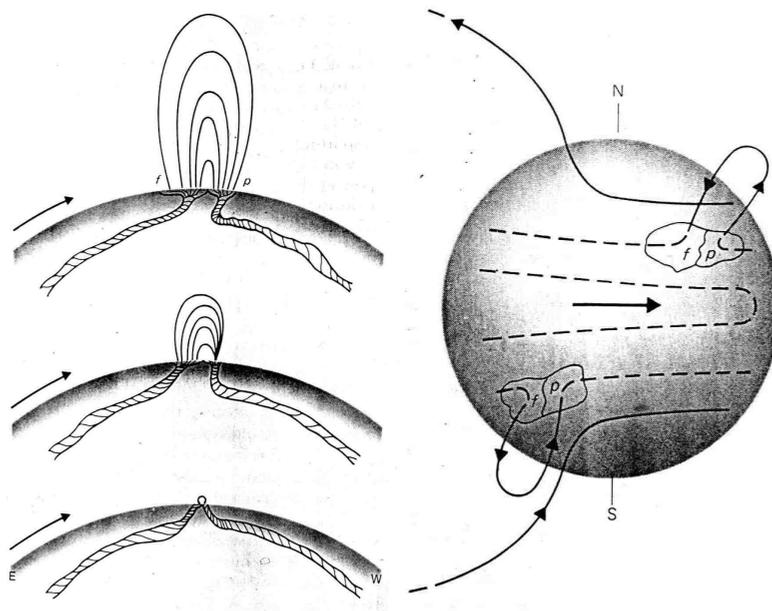
Aliran plasma di lapisan konvektif menyerupai sabuk konveyor sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1. Kekuatan medan magnet pada siklus *sunspot* juga menentukan aliran plasma meridional (Hathaway & Rightmire, 2010).

Variasi aliran plasma meridional menyebabkan kondisi minimum yang tidak biasa pada siklus

sunspot ke-23, (Dibyendu *et al.*, 2011). Akibatnya ada puntiran (*twist*) sebagian tabung medan magnet akan muncul di permukaan dan mengakibatkan terjadinya polaritas positif dan negatif (*preceding* dan *following*) di fotosfer matahari karena plasma panas terbawa naik dalam medan magnet yang menembus fotosfer dapat menimbulkan perbedaan temperatur antara di daerah tabung medan magnet dan sekitarnya. Di lokasi pijakan



Gambar 1. Konsep sirkulasi meridional Matahari (Sumber Science@NASA)
<http://science.nasa.gov/headlines/y2010/image/conveyorbelt/conveyorbelt.jpg>



Gambar 2. Proses pembangunan *sunspot* sebagai akibat puntiran pada tabung medan magnet yang menembus fotosfer dan menghasilkan *sunspot*.

tabung medan magnet temperatur relatif lebih dingin dibandingkan sekitarnya. Fenomena tersebut tampak di fotosfer sebagai *sunspot* atau bintik matahari, seperti tampak pada Gambar 2 (Kaufmann, 1987).

Dalam suatu evolusi, grup *sunspot* berpindah posisi mengikuti rotasi matahari, yaitu muncul pertama di sisi timur dan bergerak ke sisi barat. Apabila perpindahan posisi grup *sunspot* dipetakan dalam arah bujur dan lintang, maka selama evolusi grup *sunspot* dapat diimplementasikan ke dalam vektor di ruang-2.

Selama berevolusi, formasi grup *sunspot* dari kelas H atau J relatif stabil hanya (terdiri satu penumbra dan kurang dari 3 *spot*) dibandingkan kelas lainnya, maka kelas tersebut dipilih sebagai objek penelitian untuk analisis pergerakannya. Alasan lain, pengukuran posisi titik pusat grup *sunspot* lebih mudah dilakukan secara presisi.

Formulasi perjalanan evolusi grup *sunspot* dari data matahari siklus ke-22 pernah dilakukan oleh Widodo (2008). Secara geometrik, pergerakan grup *sunspot* dapat dinyatakan sebagai akumulasi segmen-segmen garis terarah (vektor) di ruang -2 (Howard, 1987).

Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan informasi tentang besar kecepatan dan kemiringan dari arah gerak grup-grup *sunspot* selama berevolusi. Kemiringan arah gerak grup *sunspot* dapat dibedakan dalam dua arah, yaitu menuju ekuator dan menjauhi ekuator. Berdasarkan kemiringan arah gerak grup *sunspot* ini apakah disebabkan oleh pengaruh aliran meridional plasma di lapisan konvektif.

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini hasil pengamatan *sunspot* dari bulan Mei 1997 sampai dengan akhir 2007 (siklus aktivitas Matahari ke-23). Dari hasil sampling didapatkan 167 data evolusi grup *sunspot* yang berada di lintang rendah (ekuator) sampai lintang tinggi ($\pm 40^\circ$ Lintang selatan). Evolusi grup *sunspot* yang paling pendek selama 3 hari, dan evolusi paling panjang selama 13 hari amatan atau identik dengan perjalanan grup *sunspot* setengah bola Matahari.

Dalam penelitian ini akan dilakukan perbandingan dua metode untuk menjelaskan perpindahan posisi grup *sunspot* dari hari pertama sampai dengan hari ke- n pengamatan. Dua metode yang akan dibandingkan adalah pendekatan vektor dan model regresi linier. Pendekatan vektor akan dijelaskan melalui arah dan besar dari vektor resultan. Vektor resultan menyatakan lintasan grup *sunspot* dari awal kemunculan hingga akhir evolusinya. Pendekatan regresi linier, digunakan untuk membangun persamaan garis linier yang representatif mewakili seragaman data posisi grup *sunspot* selama evolusi.

Metodologi pendekatan vektor resultan antara lain: (1) Pemasukan posisi (bujur, lintang) dari grup *sunspot* dari hari ke-1 sampai ke- n dalam tabel pengukuran posisi. (2) Penggambaran posisi grup *sunspot* hari 1 ke hari 2 menjadi vektor ke-1, gambarkan posisi grup *sunspot* hari 2 hari ke-

3 menjadi vektor ke-2 dan seterusnya hingga hari ke- n , sampai didapatkan vektor ke ($n - 1$). (3) Penggambaran dari posisi awal grup *sunspot* sampai posisi terakhir dalam evolusi menjadi vektor resultan, \mathbf{R} . (4) Besar vektor resultan pada arah bujur maupun lintang jika dibagi ($n - 1$) akan diperoleh rata-rata gerak grup *sunspot* dalam arah bujur dan lintang per hari.

Perpindahan posisi grup *sunspot* arah bujur dan lintang dari hari pertama ke hari kedua dapat diartikan sebagai vektor \mathbf{R}_i . Jika lama evolusi grup *sunspot* adalah n hari, maka jumlah vektor sebanyak ($n - 1$) vektor; $i = 1, 2, \dots, n$. $n =$ lama evolusi grup *sunspot* (hari). Akumulasi linier dari vektor r_i sampai akhir evolusi vektor r_{n-1} dinyatakan sebagai vektor resultan \mathbf{R} (Howard, 1987)

$$\mathbf{R} = k_1 r_1 + k_2 r_2 + \dots + k_n r_n \quad (1)$$

keterangan $k =$ skalar

Apabila vektor resultan $\mathbf{R}(\text{°B}, \text{°L})$ diproyeksikan ke sumbu bujur kemudian dibagi sejumlah ($n - 1$), maka diperoleh b , rata-rata gerak grup *sunspot* dalam arah bujur/hari ($\text{°B}/\text{hari}$). Apabila vektor resultan $\mathbf{R}(\text{°B}, \text{°L})$ diproyeksikan ke sumbu lintang kemudian dibagi sejumlah ($n - 1$), maka diperoleh l , rata-rata gerak grup *sunspot* dalam arah lintang/hari ($\text{°L}/\text{hari}$) (Widodo, 2011).

Metodologi pendekatan regresi linier antara lain: (1) Pemasukan posisi (bujur, lintang) dari grup *sunspot* dari hari ke-1 sampai ke- n dalam tabel pengukuran posisi. (2) Penggambaran semua data posisi grup *sunspot* dalam arah bujur dan arah lintang. (3) Penggunaan metoda kuadrat terkecil untuk menentukan persamaan regresi linier. (4) Interpretasi persamaan regresi linier menjadi garis lintasan grup *sunspot*. (5) Perbandingan kedua metode di atas dalam hal keuntungan dan kerugiannya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan pengalaman dalam observasi evolusi grup *sunspot*, belum pernah didapatkan suatu grup *sunspot* berpindah posisi arah lintang melebihi 5 derajat. Dengan alasan tersebut pembagian wilayah lintang matahari dibedakan dalam rentang 5 derajat, yaitu $0 \leq x \leq -5,0$; $-5,0 < x \leq -10,0$; $-10,0 < x \leq -15,0$; $15,0 < x \leq -20,0$; $-20,0 < x \leq -25,0$; $-25,0 < x \leq -30,0$; $-30,0 < x \leq -35,0$; dan $-35,0 < x \leq -40,0$. Hal ini bertujuan mengetahui perbedaan kecepatan gerak grup *sunspot* pada arah bujur maupun arah lintang dari setiap rentang tersebut. Perbedaan ketinggian lintang dapat memengaruhi penurunan kecepatan rotasi dari grup *sunspot*. http://sohowww.nascom.nasagov/explore/lessons/diffrot9_12.html

Daerah aktif di antara lintang 0–10 derajat, waktu yang dibutuhkan untuk 1 kali rotasi = 27 hari, sedangkan 10–30 derajat waktu rotasi = 30 hari.

Berikut ini contoh lintasan dari dua grup *sunspot* selama evolusi.

Tabel 1. Posisi grup *sunspot* no 130 dari tanggal 25–30 Juni 1998

Hari ke-i	Bujur	ΔB	Lintang	ΔL
1	78		-24,5	
2	65,5	12,50	-25,5	1,00
3	50,7	14,80	-25	-0,50
4		50,70	-25,00	-25,00
5	25,2	-25,20	-25,5	25,50
6	14,2	11,00	-26	0,50
		12,76	-25	0,30

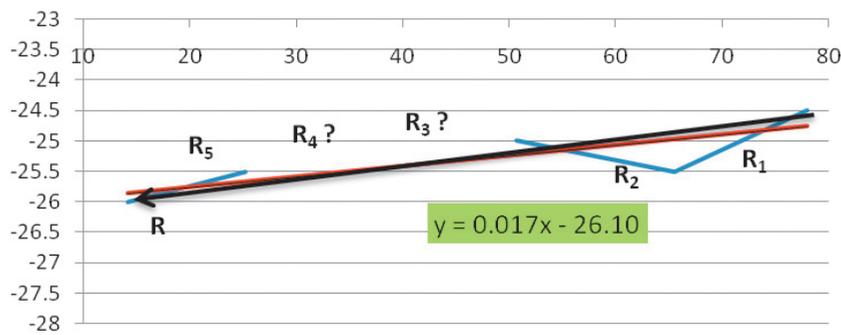
Pertama, grup *sunspot* no 130 yang berevolusi dari tanggal 25-30 Juni 1998, dimana hari ke 4 tidak ada data pengamatan. Dari posisi grup *sunspot* pada hari ke-3 menuju hari ke- 4 (tidak ada data), maka vektor R_3 tidak dapat dilukiskan, demikian juga untuk vektor R_4 . Tetapi pada hari ke-5 dan 6 posisi grup *sunspot* kembali

didapatkan sehingga vektor R_5 dapat dilukiskan. Vektor resultan R ($^\circ B, ^\circ L$) (garis warna hitam) diperoleh dari posisi awal (hari 1) sampai posisi grup *sunspot* hari ke-6, seperti pada Gambar 3.

Persamaan regresi linier (warna merah) diperoleh dengan metode kuadrat terkecil adalah $Y = 0,017 X - 26,10$. Nilai *slope* 0,017 menyatakan kemiringan arah gerak grup *sunspot* menjauhi ekuator, dan sebaliknya bila *slope* bernilai negatif berarti arah gerak grup *sunspot* relatif menuju ekuator.

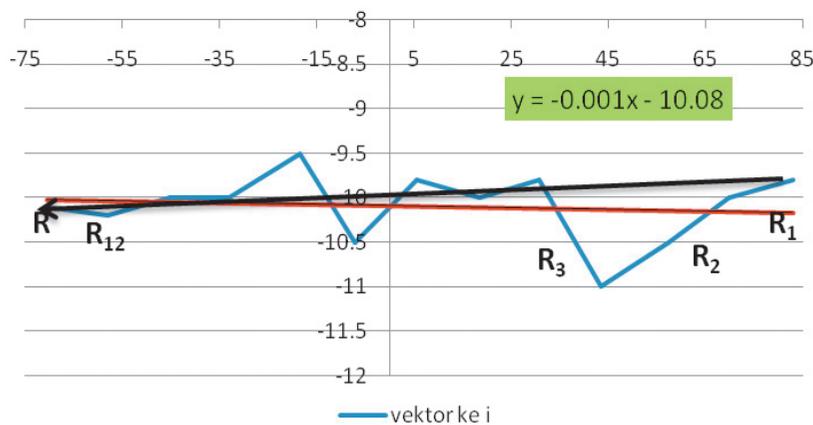
Jika vektor resultan R diproyeksikan pada sumbu bujur kemudian dibagi 5 diperoleh 12,76 $^\circ B$ /hari, sedangkan jika vektor resultan diproyeksikan pada sumbu lintang kemudian dibagi 5 diperoleh nilai 0,30 $^\circ L$ /hari (positif artinya vektor condong menjauhi ekuator). Untuk mendapatkan besar kemiringan dari arah vektor resultan diperoleh dari $(0,30/12,76) = 0,0235$ atau 0,0055 lebih besar bila dibandingkan pendekatan regresi linier sebesar 0,017.

Lintasan grup sunspot no 130 th.1998



Gambar 3. Lintasan grup *sunspot* no 130 tahun 1998 dengan posisi koordinat (bujur, lintang); (78, -24,5) sampai (14,2, -26,0).

Lintasan grup sunspot no 183 tahun 2001



Gambar 4. Lintasan grup *sunspot* no 183 tahun 2001 dengan posisi koordinat (bujur, lintang); (83, -9,8) sampai (-70,5, -10,1).

Tabel 2. Posisi grup sunspot no 183 dari tanggal 21 April–3 Mei 2001

Hari ke- i	Bujur	ΔB	Lintang	ΔL
1	83		-9,8	
2	70	13,00	-10	0,2
3	57,5	12,50	-10,5	0,5
4	43,5	14,00	-11	0,5
5	30,8	12,70	-9,8	-1,2
6	18,5	12,30	-10	0,2
7	5,5	13,00	-9,8	-0,2
8	-7	12,50	-10,5	0,7
9	-18,5	11,50	-9,5	-1
10	-32,9	14,40	-10	0,5
11	-45,3	12,40	-10	0
12	-58	12,70	-10,2	0,2
13	-70,5	12,50	-10,1	-0,1
		12,79	-10,117	0,02

Contoh grup *sunspot* no 183 yang berevolusi dari tanggal 21 April–3 Mei 2001 dengan data pengamatan penuh (13 hari amatan), lihat Tabel 2. Grup *sunspot* ini tergolong mempunyai formasi penumbra yang stabil sehingga selama berada di cakram matahari selalu muncul dalam waktu lama bahkan diperkirakan mampu bertahan satu kali rotasi penuh.

Jika panjang vektor resultan R (warna hitam) diproyeksikan pada sumbu bujur kemudian dibagi 12 hari, maka diperoleh rata-rata gerak grup sunspot 12,79 °B/hari, sedangkan jika vektor resultan diproyeksikan pada sumbu lintang kemudian dibagi 12 hari diperoleh nilai 0,02 °L/hari (positif artinya vektor condong menjauhi ekuator). Besar slope/kemiringan dari arah vektor resultan didapatkan dari (0,02/12,79) atau 0,00195. Hasil ini berbeda dengan pendekatan regresi linier, *slope* bernilai -0,001 (nilai negatif artinya arah gerak grup sunspot relatif mendekati ekuator).

Perbedaan ini bisa terjadi karena pendekatan vektor resultan tergantung pada posisi grup sunspot di akhir evolusinya sehingga berpengaruh pada arah vektor resultan.

Berdasarkan hasil perhitungan distribusi data disesuaikan dengan interval derajat lintang, jumlah data pada setiap interval (Tabel 3) adalah jumlah data 9, 26, 44, 35, 26, 21, 5 dan 1. Distribusi sebaran data *sunspot* tersebut sepadan dengan sebaran data pada diagram kupu-kupu (*butterfly diagram*), jumlah grup *sunspot* di sekitar ekuator relatif lebih banyak bila dibandingkan pada lintang 10–30 derajat. Demikian juga jumlah grup sunspot yang muncul di lintang tinggi > 30 derajat sangat sedikit.

Kolom 2 dan kolom 6 pada Tabel 3 menyatakan nilai *slope* dari pendekatan vektor dan regresi linier. Hasil analisis adanya perbedaan nilai tersebut (warna kuning) terjadi karena dalam pendekatan vektor posisi awal dan akhir dari grup *sunspot* sangat menentukan kemiringan vektor resultan. Pada pendekatan regresi linier, persamaan yang dibangun berada pada jarak paling dekat dengan sebaran semua data posisi grup *sunspot*.

Dengan pembagian interval pertama, kedua dan seterusnya pada Tabel 3, didapatkan informasi yang jelas bahwa pada semakin tinggi posisi grup *sunspot* cenderung semakin lambat dalam berotasi (kolom 3) atau nilai rata-rata °B/day semakin kecil. Pernyataan ini sangat relevan dengan fenomena sebenarnya di permukaan matahari, yaitu *sunspot* yang berada di lintang lebih tinggi mempunyai waktu tempuh 1 kali rotasi lebih lama dibandingkan *sunspot* di lintang rendah.

SIMPULAN

Hasil perhitungan kecepatan gerak grup *sunspot* arah bujur pada Tabel 3 menyatakan bahwa sunspot di sekitar ekuator mempunyai kecepatan rotasi 13,22 °B/hari atau berotasi lebih cepat dibandingkan *sunspot* di lintang yang lebih tinggi (>35 °L) mempunyai kecepatan rotasi 12,41 °B/hari. Simpulan ini mendukung pernyataan Kaufmann, (1978). Pernyataan di atas dapat pula diartikan bahwa waktu yang dibutuhkan oleh *sunspot* di lintang rendah (0–5 °B) sebesar 27,23 hari/rotasi lebih pendek bila dibandingkan dengan

Tabel 3. Perbandingan model vektor resultan dan regresi linier

Interval	Model Vektor Resultan				Model Regresi linier				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	slope vektor	rata-2 °B/day	$\alpha = 2\%$	rata-2 °L/day	slope reg. lin	rata-2 °B/day	$\alpha = 2\%$	rata-2 °L/day	
0 < x <= - 5,0	0,0038	13,22	+/- 0,2644	0,0500	0,0027	13,22	+/- 0,2644	0,0357	
-5,0 < X <= -10,0	0,0025	13,16	+/- 0,2632	0,0330	0,0023	13,16	+/- 0,2632	0,0303	
-10,0 < x <= -15,0	-0,0050	13,10	+/- 0,262	-0,0700	-0,0050	13,10	+/- 0,262	-0,0655	
-15,0 < X <= -20,0	0,0018	12,96	+/- 0,2592	0,0230	0,0020	12,96	+/- 0,2592	0,0259	
-20,0 < x <= -25,0	-0,0030	12,76	+/- 0,2552	-0,0038	-0,0030	12,76	+/- 0,2552	-0,0383	
-25,0 < X <= -30,0	-0,0003	12,76	+/- 0,2552	-0,0043	-0,0063	12,76	+/- 0,2552	-0,0804	
-30,0 < x <= -35,0	-0,0060	12,56	+/- 0,2512	-0,0720	0,0003	12,56	+/- 0,2512	0,0038	
-35,0 < X <= -40,0	0,0000	12,41	+/- 0,2482	0,0000	0,0130	12,41	+/- 0,2482	0,1613	

waktu tempuh dari *sunspot* di lintang tinggi ($>35^\circ$) sebesar 29,01 hari/rotasi. Fenomena di atas menyatakan bahwa kekuatan medan magnet di lapisan konvektif dapat menggeser kemiringan gerak grup *sunspot* arah lintang rendah selama evolusinya. Besar vektor resultan ditentukan oleh posisi awal dan akhir grup *sunspot* sehingga apabila terjadi penyimpangan derajat lintang yang signifikan akan berpengaruh besar terhadap *slope* vektor resultan \mathbf{R} . Pendekatan regresi linier memberikan model representatif yang dapat menjelaskan arah gerak grup *sunspot* selama evolusi. Manfaat lain adalah dapat digunakan untuk interpolasi data yang hilang (*no observation*) dan dapat pula digunakan untuk ekstrapolasi atau memprediksi posisi grup *sunspot* pada hari berikutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Conveyor belt, <http://science.nasa.gov/headlines/y2010/image/conveyorbelt/conveyorbelt.jpg>, diunduh tanggal 4 Oktober 2010
- Dibyendu Nandy, Andres Munos, & Petrus CH Marthens, 2011. *The unusual minimum of sunspot cycle 23 caused by meridional plasma flow variations*, *NATURE* Vol 471, 3 March 2011, Macmillan Publishers Limited
- Differential Rotation of the Sun, http://sohowww.nascom.nasagov/explore/lessons/diffrot9_12.html diunduh tanggal 12 Juni 2011
- Hathaway & Rightmire, 2010. Variations in the Sun's meridional flow over a solar cycle, *Science* 327, 1350–1352, DOI.10.1126/Science 1181990
- Howard A, 1987. *Elementary Linear Algebra*. Anton Textbooks Inc, Fifth Edition, diterjemahkan oleh Pantur Silaban, ITB, Penerbit Erlangga
- Kaufmann JW, 1978. *Exploration of the solar system*. Macmillan Publising Co.Inc, Printed in The United States of America, New York
- Widodo N, 2008. Pemodelan kurva rotasi diferensial surya dari sunspot di belahan utara matahari pada siklus ke 22, *data pengamatan SPD LAPAN Watukosek* Prosiding Seminar Nasional Matematika IV, Jur. Matematika FMIPA ITS Surabaya 13 Desember 2008, hal 131–139, ISBN: 978-979-96152
- Widodo N, 2011. Aplikasi vektor untuk analisis pergerakan grup sunspot matahari dari data sunspot siklus ke 23 Prosiding seminar pendidikan Matematika Univ. Negeri Yogyakarta 16 April 2011.