

## Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Pembuktian Transformasi Geometri

Talisadika Serrisanti Maifa

Universitas Timor, talisadikamaifa@unimor.ac.id

### ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan transformasi geometri. Subjek penelitian adalah mahasiswa kelas Geometri Transformasi pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Timor. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Adapun teknik pengumpulan data yang digunakan adalah, observasi, tes, dan wawancara. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah (1) Kesalahan dalam menginterpretasi definisi dari sebuah pemetaan, (2) Kesalahan dalam menentukan daerah asal dan daerah hasil sebuah pemetaan dan (3) Kesalahan dalam menentukan 2 hal yang kontradiksi dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan fungsi injektif.

**Kata Kunci:** *Pemetaan, Transformasi Geometri, Deskriptif Kualitatif.*

### ABSTRACT

This study aims to find out the kind of mistakes that students make in proving a mapping, which is geometric transformation. The research subjects are the Transformation Geometry class students at Mathematics Education Study Program, University of Timor. This research is a qualitative descriptive study. The data collection techniques used are observation, tests, and interviews. Based on the results of the study, it was found that the types of mistakes made by students are (1) Errors in interpreting the definitions of a mapping, (2) Errors in determining the domain and the range (3) Errors in determining 2 contradictions in proving a mapping which is an injective function.

**Keywords:** *Mapping, Geometry Transformastion, Qualitative Descriptive.*

## 1. Pendahuluan

Matematika dalam ilmunya memiliki bidang kajian yang sangat luas dan salah satu bidang kajian yang masih sulit dipelajari oleh mahasiswa adalah Geometri. Imswatama & Muhassanah [1] dalam penelitiannya menyebutkan bahwa kesalahan-kesalahan yang terjadi ketika menyelesaikan soal geometri analitik adalah kesalahan konsep, kesalahan strategi, kesalahan hitung, dan kesalahan sistematis. Rendahnya prestasi belajar

---

mahasiswa di bidang geometri juga didapati oleh Pratiwi & Septia [2]. Geometri berdasarkan sejarahnya pertama-tama muncul sebagai sistem deduktif pada geometri Euclid yang kemudian berkembang di era Felix Klien, dimana geometri didefinisikan sebagai suatu grup dari transformasi-transformasi. Sejak saat itulah istilah transformasi geometri atau geometri transformasi dikenal.

Geometri transformasi dalam dunia pendidikan merupakan mata kuliah pada Program Studi Pendidikan Matematika yang berisikan materi fungsi, transformasi geometri, isometri, dan jenis-jenis transformasi geometri. Mata kuliah ini merupakan mata kuliah lanjutan dari mata kuliah geometri dasar maupun analitik, dimana mahasiswa dituntut untuk memiliki kemampuan bernalar secara visual geometri dan analitik yang cukup tinggi.

Tidak jauh berbeda dengan kesulitan yang ditemui mahasiswa ketika mempelajari materi geometri, Mentaruk [3] dalam penelitiannya juga menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami materi geometri transformasi. Adapun kesulitan yang dialami mahasiswa adalah kesulitan dalam mengidentifikasi data-data yang diperlukan dalam pembuktian dan kesulitan memilih strategi yang diperlukan dalam pembuktian. Bahkan, Hanafi & Wulansari [4] memerlukan bantuan visualisasi berupa aplikasi matematika untuk pembelajaran geometri transformasi.

Peneliti dalam tugasnya sebagai dosen di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Timor juga memiliki pengalaman dalam mengampuh mata kuliah Geometri Transformasi. Sejalan dengan hasil penelitian-penelitian yang disebutkan sebelumnya, peneliti juga mendapati persoalan bahwa mahasiswa masih kesulitan dalam perkuliahan Geometri Transformasi. Berdasarkan pengalaman peneliti, bagian terpenting dalam materi geometri transformasi dan sekaligus bagian paling sulit dipahami oleh mahasiswa adalah ketika mahasiswa diminta untuk membuktikan sebuah pemetaan merupakan sebuah transformasi geometri yang selanjutnya cukup disebut transformasi.

Subekti & Kusuma [5] menyatakan bahwa mahasiswa kesulitan untuk menyampaikan ide transformasi terhadap suatu fungsi. Bagian ini adalah bagian yang memerlukan alur berpikir mahasiswa dalam menganalisis secara visual dan analitik hingga mendapatkan model penyelesaian yang tepat. Sebuah pemetaan dapat dikatakan sebagai sebuah transformasi apabila pemetaan tersebut adalah sebuah fungsi bijektif. Kenyataannya mahasiswa masih mengalami kesulitan untuk membuktikan fungsi bijektif tersebut.

Oleh karena itu, kajian mengenai kesalahan-kesalahan seperti apa yang dilakukan oleh mahasiswa ketika membuktikan sebuah pemetaan merupakan transformasi sangat dibutuhkan. Selanjutnya dalam penelitian ini akan dikaji kesalahan-kesalahan seperti apa yang dilakukan mahasiswa ketika membuktikan sebuah transformasi.

## 2. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa program studi pendidikan matematika Universitas Timor dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan transformasi. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah, observasi, tes, dan wawancara. Validitas data dilakukan dengan triangulasi data yaitu, membandingkan data hasil tes dan data hasil wawancara. Tes yang diberikan adalah 1 permasalahan geometri dasar dan 4 permasalahan geometri transformasi. Subjek penelitian adalah mahasiswa kelas Geometri Transformasi pada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Timor.

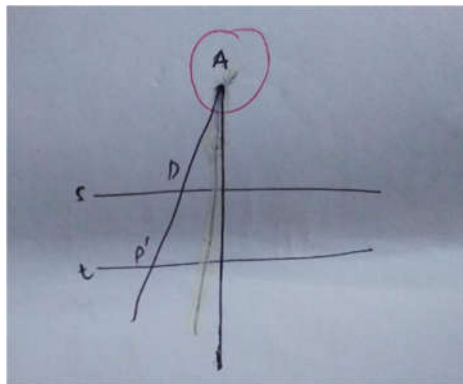
### 3 Hasil dan Pembahasan

Terdapat dua jenis soal dalam pembuktian geometri transformasi yaitu soal yang diketahui definisi dari sebuah pemetaan dan soal yang diketahui rumus untuk hasil sebuah pemetaan. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai kesalahan – kesalahan yang dilakukan mahasiswa ketika menyelesaikan soal-soal yang berisi definisi dari sebuah pemetaan. Adapun kesalahan-kesalahan yang ditemukan dalam penelitian ini adalah:

#### 3.1. Kesalahan dalam menginterpretasi definisi dari sebuah pemetaan.

Pada jenis kesalahan yang pertama yaitu kesalahan dalam menginterpretasi definisi dari pemetaan memiliki arti bahwa mahasiswa tidak mampu untuk menyatakan definisi dari sebuah pemetaan ke dalam bentuk titik-titik dan garis-garis. Mahasiswa yang tidak mampu menginterpretasi definisi pemetaan ke dalam titik dan garis ini tidaklah memiliki kemampuan awal mengenai geometri dasar yang baik. Kemampuan awal geometri atau kemampuan geometri dasar ini bisa saja diperoleh di tingkat sekolah maupun pada mata kuliah geometri dasar sebelumnya Novita, dkk [6] juga menyebutkan bahwa pengalaman belajar geometri di tingkat sekolah erat hubungannya dengan kesulitan belajar di tingkat universitas.

Kemampuan geometri dasar sangat dibutuhkan karena untuk menginterpretasi definisi dari sebuah pemetaan mahasiswa dituntut untuk memiliki daya hayal abstrak yang sederhana hingga tingkat tinggi mengenai kedudukan titik dan garis. Mahasiswa harus mampu melakukan serangkaian proses berpikir dalam memvisualisasikan atau mengilustrasikan gambar-gambar dalam masalah geometri [7].



**Gambar 1** Mahasiswa Salah Meletakkan Titik.

Pada gambar 1 terlihat bahwa mahasiswa sudah mampu menggambarkan dua garis sejajar, namun ketika meletakkan titik A yang mana telah disebutkan dalam definisi pemetaan sebagai titik tengah dari kedua garis sejajar tersebut maka yang dilakukan adalah meletakkan titik A di luar dua garis tersebut. Ketika ditanyakan mengapa titik A diletakkan seperti itu, mahasiswa menjelaskan bahwa yang dipahami sebagai titik tengah diantara dua garis adalah ada di tengah garis s dan garis t (sesuai dengan yang digambarkan) kemudian dia meletakkan saja titik A diluar garis s dan t. Dalam hal ini Mahasiswa tidak utuh dalam mengidentifikasi hal yang ditanyakan pada soal [8]. Terlihat bahwa mahasiswa tidak hanya tidak memahami titik tengah diantara dua buah garis namun juga definisi garis dan ruas garis.

Rendahnya kemampuan awal mahasiswa tentang materi geometri dasar juga jelas diperoleh dari soal yang diberikan peneliti sebelumnya. Adapun permasalahan yang diberikan dalam soal tersebut adalah mahasiswa diminta untuk menggambarkan

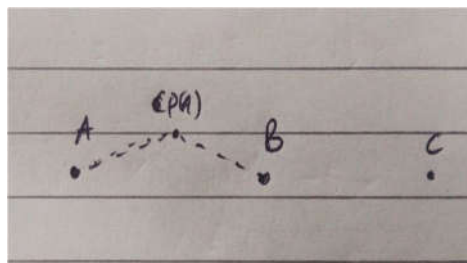
kedudukan tiga buah titik (Titik A, B, dan C dengan  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$  sebagai bayangan dari tiga titik tersebut). Bayangan titik A adalah titik tengah dari titik A dan B. Sedangkan bayangan dari A dilalui oleh garis yang memuat C. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa adalah:

a. Pada gambar 2, ketika diminta untuk menentukan  $P(A)$ ,  $P(B)$ , dan  $P(C)$  sebagai bayangan dari A, B, dan C, mahasiswa hanya menggambarkan titik P sebagai bayangan dari tiga titik tersebut. Ketika ditanya oleh peneliti, mahasiswa menyebutkan bahwa titik P itu sebagai pencerminan A, B dan C.



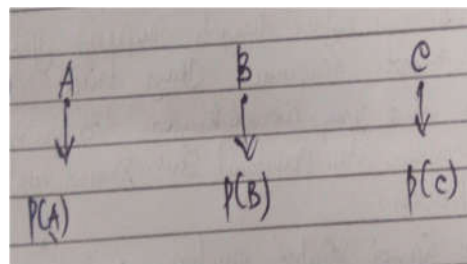
**Gambar 2** Mahasiswa Salah Menentukan Bayangan

b. Mahasiswa memiliki pemahaman tentang bayangan sebagai sesuatu yang berada di belakang. Hal ini nampak pada gambar 3 dimana mahasiswa meletakkan titik  $P(A)$  sedikit ke belakang dengan menggunakan pengetahuannya sewaktu belajar pencerminan di tingkat sekolah bahwa sebuah bayangan berada di belakang cermin.



**Gambar 3** Mahasiswa Salah Memahami Definisi Bayangan.

c. Mahasiswa sama sekali tidak mampu meletakkan titik-titik dan bayangan, sehingga hanya menuliskan kembali titik-titik dan bayangannya berdasarkan bunyi soal (Gambar 4)



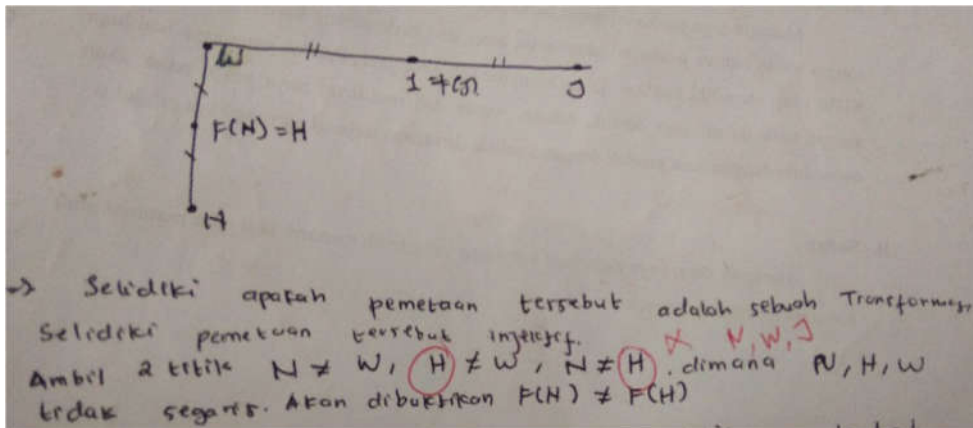
**Gambar 4** Mahasiswa Tidak Meletakkan Titik dan Bayangan

Dari satu soal ini jelas bahwa kemampuan awal mahasiswa masih sangat kurang, dimana mahasiswa hanya mampu untuk meletakkan titik-titik bersama bayangan

walaupun masih salah dan sama sekali tidak melanjutkan ke penyelesaian berikut tentang titik tengah dan garis yang memuat sebuah titik.

### 3.2. Kesalahan dalam menentukan daerah asal dan daerah hasil sebuah pemetaan.

Untuk kesalahan yang kedua yaitu mengenai kesalahan dalam menentukan daerah asal dan daerah hasil dari sebuah pemetaan terlihat pada gambar 5.



**Gambar 5** Mahasiswa Salah Menentukan Daerah Asal dan Daerah Hasil

Mahasiswa pada penyelesaian soal sudah tepat dalam menginterpretasi definisi dari pemetaan, hanya saja pada saat menentukan titik sebagai daerah asal dan daerah hasil mahasiswa melakukan kekeliruan dimana titik –titik yang diambil sebagai daerah asal adalah 2 titik dari daerah asal dan 1 titik dari daerah hasil atau petanya. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih belum mampu memahami bahwa yang diambil sebagai tiga titik sembarang adalah dari daerah asal.

Tidak hanya itu, pada saat peneliti menanyakan tentang peta dan prapeta sebuah pemetaan kepada mahasiswa tidak ada yang satu pun yang mampu menjawab. Setelah ditelusuri ternyata mahasiswa sewaktu di sekolah tidak pernah mendengar dan menggunakan istilah peta dan prapeta, mereka hanya mengenal istilah daerah asal, daerah hasil, dan bayangan. Melihat keadaan mahasiswa yang tidak mampu menginterpretasi definisi dan menentukan daerah asal dan hasil dapat dikatakan bahwa kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal secara tidak langsung dipengaruhi cara mahasiswa menyelesaikan soal-soal pada saat masih di tingkat sekolah menengah [9].

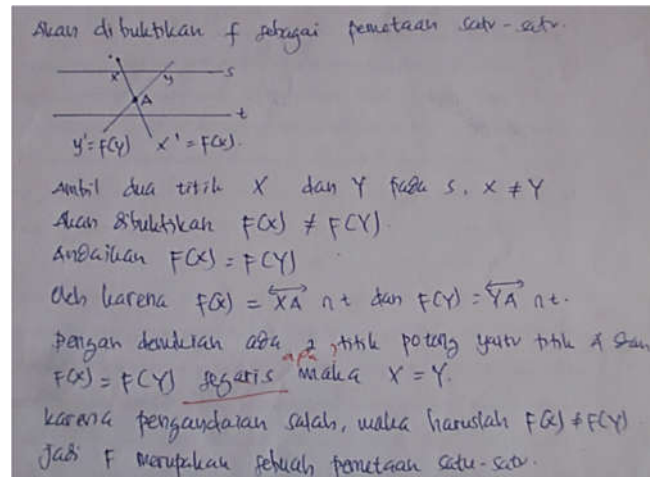
### 3.3. Kesalahan dalam menentukan 2 hal yang kontradiksi dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan fungsi injektif.

Untuk jenis kesalahan ketiga, yaitu menentukan 2 hal yang kontradiksi dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan fungsi injektif. Pada jenis kesalahan ini mahasiswa sudah melewati kemampuan menginterpretasi definisi pemetaan dan menentukan daerah asal dan hasil. Kesalahan ini terdapat pada tahap menentukan apakah sebuah pemetaan merupakan sebuah fungsi injektif.

Pada tahap ini terdapat mahasiswa yang mampu membuktikan walaupun keliru dan ada mahasiswa yang tidak mampu mengerjakan. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa tidak dapat menjawab soal pembuktian bahkan tanpa berusaha mencoba sedikitpun.

Gambar 6 menunjukkan bagaimana mahasiswa kesulitan untuk menentukan 2 hal yang kontradiksi. Hal ini dikarenakan untuk menentukan apakah sebuah pemetaan adalah

fungsi injektif digunakan pembuktian tidak langsung dengan kontradiksi [10]. Mahasiswa tidak mampu menghubungkan informasi yang telah diketahui pada definisi dengan apa yang diperoleh sebagai akibat dari pengandaian yang dilakukan pada tahap awal pembuktian tidak langsung. Ketika mahasiswa ditanyakan mengapa begitu sulit membuktikan pemetaan adalah sebuah fungsi injektif, mahasiswa memberi pernyataan bahwa mereka tidak terbiasa membuktikan dengan pembuktian tidak langsung.



**Gambar 6** Mahasiswa Salah Menentukan 2 Hal Kontradiksi

#### 4 Kesimpulan

Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika melakukan beberapa kesalahan dalam membuktikan sebuah pemetaan merupakan transformasi. Kesalahan-kesalahan tersebut adalah kesalahan menginterpretasi definisi sebuah pemetaan, kesalahan menentukan daerah asal dan daerah hasil, dan kesalahan menentukan kontradiksi dalam pembuktian sebuah pemetaan adalah fungsi injektif.

Hasil penelitian juga mengungkapkan bahwa kesalahan-kesalahan ini terjadi karena mahasiswa tidak memiliki kemampuan awal mengenai geometri dasar yang baik dan juga beberapa istilah matematika yang tidak didapatkan pada tingkat sekolah menengah. Hal ini memberikan dorongan kepada Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Timor pada khususnya dan dunia pendidikan matematika pada umumnya untuk memperhatikan dan menguatkan anak didik dengan ilmu-ilmu matematika dasar dalam hal ini adalah ilmu geometri. Selain itu, penelitian ini juga dapat dijadikan referensi untuk pembuatan bahan ajar yang tepat untuk perkuliahan Geometri Transformasi.

#### 5 Daftar Pustaka

- [1] Imswatama, A., & Muhassanah N. 2016. Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri analitik bidang materi garis dan lingkaran. *Suska Journal of Mathematics Education*, 2(1), 1-12.
- [2] Pratiwi, M., & Septia, T. 2017. Efektivitas Modul Aplikasi Komputer Dengan Program Wingeom Pada Materi Geometri. *Lemma*,

- [3] Mentaruk, N. 2015. Quality improvement on transformation geometry course through the implementation reciprocal teaching model at mathematics education study program in Christian University of Tentena. *Jurnal Daya Matematis*, 3(2), 179-191.
- [4] Hanafi, M., Wulandari, K. N., & Wulansari, R. 2017. Transformasi Geometri Rotasi Berbantuan Software Geogebra. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, 3(2), 93-102.
- [5] Subekti, F.E., & Kusuma, A.B. 2015. Efektivitas Problem Based Learning Berbantuan Software Geogebra pada Geometri Transformasi. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*.
- [6] Novita, R., Prahmana, R. C. I., Fajri, N., & Putra, M. 2018. Penyebab kesulitan belajar geometri dimensi tiga. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 5(1), 18-29.
- [7] Murtafi'ah, W., & Masfingatin, T. 2015. Proses Berpikir Mahasiswa Dengan Kemampuan Spatial Intellegent Tinggi Dalam Memecahkan Masalah Geometri. *KadikmA*, 6(1).
- [8] Junaedi, I. 2012. Tipe kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri analitik berdasar Newman's Error Analysis (NEA). *Kreano: Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 3(2), 125-133.
- [9] Utami, A. D. 2016. Tipe kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri berdasar newman's error analysis (NEA). *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 4(2), 85-92.
- [10] Budiarto, M. Teguh. 2006. *Geometri Transformasi*. Surabaya. UNESA University Press.