



SIMULASI METODE RESAMPLING DAN PENDUGAAN DATA HILANG TERBAIK

VINNY YULIANI SUNDARA^{1*}, RINI WARTI² AINUN MARDIA³

^{1,2,3}Universitas Islam Negeri Sulthan Thaha Saifuddin Jambi

*vinnyyulianisundara@uinjambi.ac.id

ABSTRAK

Analisis data sudah sangat luas digunakan dalam penelitian, namun masalah pada data seperti jumlah sampel yang sedikit dan adanya data hilang tidak dapat dihindari. Metode resampling dan pendugaan data hilang mempunyai kekurangan dan kelebihan masing-masing. Penduga rasio merupakan suatu metode pendugaan yang digunakan ketika terdapat parameter yang sulit diketahui dugaannya, oleh karena itu peneliti ingin mengetahui metode resampling dan pendugaan data hilang yang terbaik dengan melihat hasil penduga rasio dan ragam dugaan rasio tersebut.. Penelitian ini menggunakan metode simulasi resampling dari data Indeks Prestasi Akademik (The Academic Performance Indeks/API) sebagai populasi dengan menggunakan bahasa pemrograman R. Pada penelitian ini metode Jackknife menghasilkan dugaan rasio yang sama dengan metode *Stratified Random Sampling*. Ragam dugaan rasio metode Jackknife dan Bootstrap relatif lebih kecil dibandingkan metode *Stratified Random Sampling*. Pada metode Bootstrap ragam dugaan tergantung pada banyaknya ulangan, semakin banyak ulangan maka ragam dugaan rasio relatif lebih kecil. Pada metode pendugaan data hilang untuk kasus ini metode Imputasi Regresi (Deterministik) dan algoritma EM lebih baik dibandingkan metode Imputasi Regresi (Stokastik) dikarenakan dugaan rasio yang lebih mendekati dan ragam dugaan rasio yang relatif lebih kecil.

Kata Kunci: Algoritma EM, *Bootstrap*, Data hilang, *Jackknife*, *Resampling*

ABSTRACT

Data analysis has been very widely used in research, but problems with data such as small sample sizes and the presence of missing data cannot be avoided. The method of resampling and estimating missing data has advantages and disadvantages of each. Ratio estimator is an estimation method that is used when there are parameters that are difficult to know forecasts, therefore researchers want to know the best method of resampling and estimation of missing data by looking at the results of the ratio estimators and the various estimates of the ratio. This study uses a simulation method of resampling from data The Academic Performance Index (API) as a population using the R programming language. In this study, the Jackknife method produces the same estimated ratio with the Stratified Random Sampling method. The estimated ratios of the Jackknife and Bootstrap methods are relatively smaller than the Stratified Random Sampling method. In the Bootstrap method, the assumptions range depends on the number of repetitions, the more replications the assumptions range is relatively smaller. In the method of estimating missing data for this case, the Regression Imputation (Deterministic) method and the EM algorithm are better than the Regression Imputation (Stochastic) method due to the approximation of the approximation ratios and the relatively smaller assumptions of the ratio assumptions.

Keywords: *EM algorithm, Bootstrap, Data missing, Jackknife, Resampling*

1 Pendahuluan

Analisis data dengan statistika sudah sangat familiar di kalangan peneliti dan akademisi, namun terkadang terdapat suatu masalah karena jumlah sampel yang sedikit yang mengakibatkan dugaan parameter menjadi bias, baik underestimate maupun overestimate. Masalah ini dapat diatasi dengan metode resampling, diantaranya metode Jackknife diperkenalkan oleh Quenouille pada tahun 1949 dan metode Bootstrap yang merupakan modifikasi dari metode Jackknife yang diperkenalkan oleh Efron. Selain Jackknife dan Bootstrap terdapat pula *Stratified Random Sampling*/Penarikan Contoh Acak Berlapis merupakan teknik pengambilan sampel dengan cara membagi populasi ke dalam kelompok-kelompok yang *non overlapping* dan kemudian mengambil secara acak dari setiap kelompok.

Masalah lain yang terjadi yaitu adanya data hilang dalam penelitian, terdapat berbagai metode untuk mengatasi permasalahan ini salah satunya dengan Imputasi Regresi. Proses imputasi dilakukan dengan mengisi data hilang dengan suatu nilai dengan memanfaatkan informasi pada peubah lain. Selain metode imputasi regresi terdapat algoritma EM yang digunakan secara luas untuk menghitung penduga kemungkinan maksimum dari data yang hilang.

Masing-masing metode resampling dan pendugaan data hilang mempunyai kekurangan dan kelebihan masing-masing. Penduga rasio merupakan suatu metode pendugaan yang digunakan ketika terdapat parameter yang sulit diketahui dugaannya, oleh karena itu peneliti ingin mengetahui metode resampling dan pendugaan data hilang yang terbaik dengan melihat hasil penduga rasio dan ragam dugaan rasio dari berbagai metode tersebut.

2 Tinjauan Pustaka

2.1 Data API (The Academic Performance Index)

Indeks Prestasi Akademik (*The Academic Performance Indeks/API*) dihitung dari seluruh sekolah di California berdasarkan pengujian berstandar pada siswa. Data tersebut berisi informasi tentang seluruh sekolah dengan sedikitnya diambil sampel 100 siswa dengan beragam kemungkinan sampel yang diambil dari masing-masing sekolah. Data Indeks Prestasi Akademik (*The Academic Performance Indeks/API*) tersebut dapat diperoleh dari http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/Library/svy_survey.htm.

Data populasi API atau disingkat dengan nama apipop adalah keseluruhan populasi dari penelitian tersebut. Dalam data apipop terdapat data frame dengan 37 peubah dan 6194 observasi (amatan). Adapun peubah yang digunakan dalam penelitian hanya 4 peubah yaitu sebagai berikut :

snum : School number

stype : Elementary/Middle/High School

api00 : API in 2000

api99 : API in 1999

Peubah snum berisikan nomor sekolah yang bersifat unik sebanyak amatan yaitu dari 1 sampai 6194, kemudian akan dilakukan stratifikasi berdasarkan peubah stype, yang akan distratifikasi menjadi 3 strata, yaitu : Elementary, Middle dan High School. Peubah api00 merupakan Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 2000 yang akan dijadikan peubah y. Peubah api99 merupakan Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 1999 yang akan dijadikan peubah x.

2.2 Stratified Random Sampling

Stratified Random Sampling/Penarikan Contoh Acak Berlapis merupakan teknik pengambilan sampel dengan cara membagi populasi ke dalam kelompok-kelompok yang *non overlapping* dan kemudian mengambil secara acak dari setiap kelompok tersebut.

Latar belakang penggunaan *Stratified Random Sampling* yaitu disebabkan unsur-unsur dalam populasi yang tidak homogen. Sehingga alasan mendasar untuk menggunakan *Stratified Random Sampling* adalah sebagai berikut : Populasi disekat-sekat menjadi kelompok-kelompok yang sesuai dengan tujuan penelitian, serta ada jaminan dalam setiap strata ada individu yang terambil jadi sampel (keterwakilan dari setiap sekatan populasi) hal ini dapat memperkecil *bound of error estimation* sehingga tingkat presisi kesimpulan menjadi tinggi, Biaya observasi dalam survey mungkin bisa dikurangi, Dapat melakukan pendugaan parameter dari setiap strata dan hal tersebut tidak dapat dilakukan dengan metode *Simple Random Sampling*.

Adapun tahapan pengambilan contoh dengan menggunakan metode *Stratified Random Sampling* yaitu :

1. Membagi populasi ke dalam kelompok-kelompok yang homogen.
2. Antar kelompok (stratum) tidak boleh tumpang tindih.
3. Menentukan ukuran populasi (N).
4. Menghitung ukuran contoh untuk masing-masing stratum (n_i)
5. Mengambil sampel pada setiap strata dengan *Simple Random Sampling*.

Penduga rata-rata bagi populasi dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} [N_1 \bar{y}_1 + N_2 \bar{y}_2 + \dots + N_L \bar{y}_L] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \bar{y}_i$$

dengan dugaan ragam bagi rata-rata :

$$\hat{V}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L \left[N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{s_i^2}{n_i} \right]$$

Penduga rasio merupakan suatu metode pendugaan yang digunakan ketika terdapat parameter yang sulit diketahui dugaannya, namun ada parameter lain yang diketahui dan dapat dibuatkan hubungan atau keterkaitan dengan parameter yang akan diduga tersebut. Terdapat dua pendekatan penduga rasio dalam metode *Stratified Random Sampling* yaitu:

1. *Separate Ratio Estimator*

Pendugaan parameter dilakukan di setiap strata kemudian pendugaan parameter total diperoleh dari penduga terboboti dari penduga di setiap strata.

2. *Combine Ratio Estimator*

Pendugaan parameter dilakukan langsung dari semua strata. Penduga dengan *Combine Ratio Estimator* dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

Penduga rasio dengan *Combine Ratio Estimator* :

$$\hat{R}_{CR} = \frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}$$

Pendugaan ragam rasio dengan *Combine Ratio Estimator* :

$$\hat{V}(\hat{R}_{CR}) = \frac{1}{\mu_x^2} \sum_{i=1}^L \left(\frac{N_i}{N} \right)^2 \left(1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{S_{R_{CR},i}^2}{n_i}$$

$$S_{R_{CR},i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{R}_{CR} x_{ij})^2}{n_i - 1}$$

2.3 Jackknife

Metode Jackknife merupakan metode resampling yang dilakukan dengan menghapus satu elemen sampel sebanyak n kali sehingga ukuran sampel dalam resampling adalah $n - 1$. Metode Jackknife pertama kali diperkenalkan oleh Quenouille dan Tukey pada tahun 1950an. Metode ini lebih baik digunakan untuk ukuran sampel besar.

2.4 Bootstrap

Metode Bootstrap merupakan metode resampling yang dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh nilai dugaan yang stabil, dimana jumlah sampel dalam resampling itu boleh lebih kecil atau sama dengan n . Metode Bootstrap pertama kali diperkenalkan oleh Efron pada tahun 1979. Metode ini lebih baik digunakan untuk sampel berukuran kecil.

2.5 Imputasi Regresi

Imputasi regresi merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengatasi data hilang. Proses Imputasi dilakukan dengan mengisi data hilang dengan suatu nilai dengan memanfaatkan informasi pada peubah lain. Peubah yang dimaksud adalah peubah pelengkap. Syarat suatu peubah dijadikan sebagai peubah pelengkap adalah tidak ada data hilang dalam peubah tersebut.

Misalkan y adalah peubah yang mengandung data hilang dan $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ merupakan segugus peubah pelengkap yang akan digunakan untuk mengisi data hilang. Penelitian ini membatasi peubah y yang digunakan adalah peubah kontinu. Beberapa metode imputasi regresi dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\hat{y}_{mi} = b_{r0} + \sum b_{rj}x_{mij} + \hat{e}_{mi}$$

dengan b_{r0} merupakan intersep, dan b_{rj} adalah dugaan koefisien yang diperoleh dari regresi antara y dengan x_{mij} yang merupakan nilai dari x_j untuk amatan ke- i (dengan sebuah data hilang y ke- i), dan \hat{e}_{mi} menunjukkan sisaan.

Pendekatan imputasi regresi bisa digunakan untuk nilai data hilang yang numerik dan kategorik, pembedaannya didasarkan pada pembangun model yang sesuai dengan data, yaitu regresi linier untuk data numerik dan regresi logistik untuk kategorik.

Metode imputasi regresi acak (metode stokastik) dapat dilakukan ketika metode deterministik selesai. Nilai hasil prediksi dari metode deterministik setiap amatan digunakan sebagai rata-rata untuk membangkitkan nilai acak sebaran normal dengan ragamnya adalah ragam nilai hasil prediksi. Selanjutnya, nilai acak tersebut digunakan untuk mengisi nilai hilang. Apabila ada nilai acak bernilai lebih besar dari nilai maksimum maka nilai maksimum yang digunakan untuk mengisi nilai yang hilang. Nilai maksimum yang dimaksud adalah nilai paling besar dari y_m .

2.6 Algoritma EM

Algoritma EM merupakan salah satu metode yang digunakan secara luas untuk menghitung penduga kemungkinan maksimum dari data yang tidak lengkap. Ada dua tahapan dasar dalam algoritma ini, yaitu :

1. Tahapan E (*Expectation*) yaitu tahapan mencari nilai harapan bersyarat dari data tidak lengkap dengan syarat data lengkap dan pendugaan parameter dari suatu fungsi

kemungkinan $l(\theta|Y)$, yang kemudian nilai harapan yang diperoleh di substitusikan ke dalam data hilang. Tahapan E dalam EM dapat ditentukan sebagai berikut:

$$Q(\theta|\theta^{(t)}) = \int l(\theta|Y)f(Y_{mis}|Y_{obs}, \theta = \theta^{(t)}) dY_{mis}$$

2. Tahapan M (*Maximation*) dalam algoritma EM menentukan iterasi penentuan nilai penduga terbaru $\theta^{(t+1)}$ dengan memaksimumkan :

$$Q(\theta^{(t+1)}|\theta^{(t)}) \geq Q(\theta|\theta^{(t)})$$

untuk setiap nilai θ .

Kedua tahapan tersebut dilakukan terus menerus hingga pada akhirnya diperoleh nilai dugaan pada tahap M yang konvergen terhadap suatu nilai.

3 Hasil dan Pembahasan

Penduga rasio merupakan suatu metode pendugaan yang digunakan ketika terdapat parameter yang sulit diketahui dugaannya, namun ada parameter lain yang diketahui dan dapat dibuatkan hubungan atau keterkaitan dengan parameter yang akan diduga tersebut, oleh karena itu penelitian ini difokuskan pada penduga rasionya.

Indeks Prestasi Akademik (*The Academic Performance Indeks/API*) dihitung dari seluruh sekolah di California berdasarkan pengujian berstandar pada siswa. Data populasi API atau disingkat dengan nama apipop adalah keseluruhan populasi dari penelitian tersebut. Dalam data apipop terdapat data frame dengan 37 peubah dan 6194 observasi (amatan). Adapun peubah yang digunakan dalam penelitian hanya 4 peubah yaitu sebagai berikut : snum (School number), stype (Elementary/Middle/High School), api00 (API in 2000), dan api99 (API in 1999).

Peubah snum berisikan nomor sekolah yang bersifat unik sebanyak amatan yaitu dari 1 sampai 6194, kemudian akan dilakukan stratifikasi berdasarkan peubah stype, yang akan distratifikasi menjadi 3 strata, yaitu : Elementary, Middle dan High School. Peubah api00 merupakan Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 2000 yang akan dijadikan peubah y. Peubah api99 merupakan Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 1999 yang akan dijadikan peubah x.

Pada populasi API tersebut dilakukan proses pengambilan sampel dengan metode *Stratified Random Sampling*. Data populasi API ini akan distratifikasi berdasarkan peubah stype, diketahui jumlah amatan untuk kategori Elementary (N_{el}) sebanyak 4421 amatan, jumlah amatan untuk kategori Middle (N_{mid}) sebanyak 1018 amatan, dan 755 amatan untuk kategori High (N_{high}). Pada penelitian ini ditetapkan jumlah sampel (n) sebanyak 150 amatan, dengan menerapkan penentuan sampel berdasarkan alokasi optimum, diperoleh jumlah sampel untuk kategori Elementary (n_{el}) sebanyak 107 amatan, jumlah sampel untuk kategori Middle (n_{mid}) sebanyak 25 amatan, dan 18 amatan untuk jumlah sampel kategori High (n_{high}).

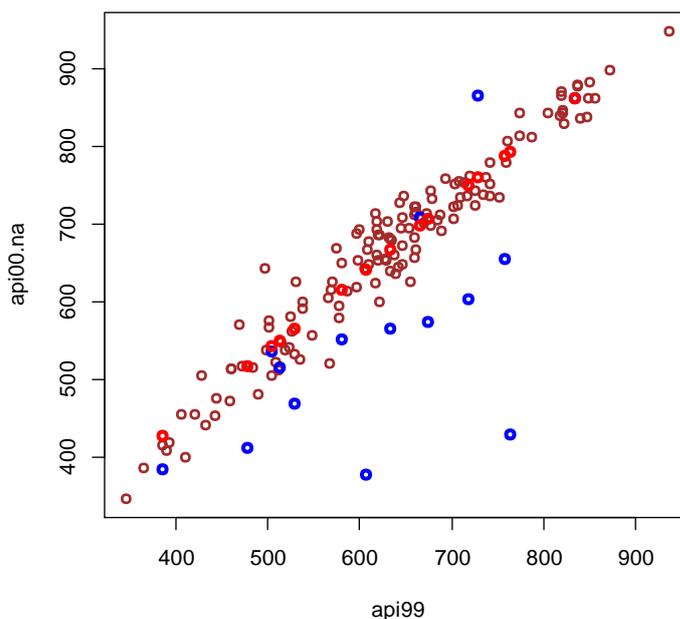
Setelah sampel terpilih maka akan dilakukan pendugaan parameter pada data tersebut. Dalam metode *Stratified Random Sampling* terdapat dua pendekatan pendugaan rasio yaitu : *Separate Ratio Estimator* (Pendugaan parameter dilakukan di setiap strata kemudian pendugaan parameter total diperoleh dari penduga terboboti dari penduga di setiap strata) dan *Combine Ratio Estimator* (Pendugaan parameter dilakukan langsung dari semua strata). Pada penelitian ini pendugaan rasio menggunakan pendekatan *Combine Ratio Estimator*.

Dari data sampel terpilih dihitung rataan dan ragam dari penduga rasio dengan metode Jackknife dan Bootstrap (kelompok lain). Metode Jackknife merupakan metode resampling yang dilakukan dengan menghapus satu elemen sampel sebanyak n kali sehingga ukuran sampel dalam resampling adalah $n - 1$. Metode Bootstrap merupakan metode resampling yang dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh nilai dugaan yang stabil, dimana jumlah sampel dalam resampling itu boleh lebih kecil atau sama dengan n . Pada penelitian ini metode bootstrap dilakukan ulangan sebanyak 100 kali dengan ukuran resampling sebanyak n . Pada

metode bootstrap semakin banyak ulangan maka ragam dugaan yang diperoleh semakin kecil, walaupun perbedaan ragam dugaan ini tidak berpengaruh signifikan.

Andaikan ada data yang missing dari data sampel maka akan dilakukan proses pendugaan data hilang dengan Imputasi Regresi dan Algoritma EM (kelompok lain). Karena pada data api00 dan api99 tidak terdapat data hilang maka dilakukan penghilangan data secara acak dengan memakai `set.seed(151140251)` agar memperoleh hasil yang sama setiap kali program di jalankan. Telah ditetapkan sebelumnya bahwa Peubah api00 merupakan Indeks prestasi akademik (API) pada tahun 2000 yang akan dijadikan peubah y. Peubah api99 merupakan Indeks prestasi akademik (API) pada tahun 2000 yang akan dijadikan peubah x. Selanjutnya dari 150 amatan pada peubah api00 akan dihilangkan sebanyak 15 amatan (10% dari sampel), yaitu amatan ke – 26, 147, 4, 131, 6, 122, 24, 148, 121, 125, 98, 2, 140, 37, dan 143.

Pendugaan data hilang dengan imputasi regresi terbagi menjadi dua, yaitu : metode imputasi regresi deterministik dan metode imputasi regresi acak (stokastik). Metode imputasi regresi acak (metode stokastik) dapat dilakukan ketika metode deterministik selesai. Nilai hasil prediksi dari metode deterministik setiap amatan digunakan sebagai rata-ran untuk membangkitkan nilai acak sebaran normal dengan ragamnya adalah ragam nilai hasil prediksi. Selanjutnya, nilai acak tersebut digunakan untuk mengisi nilai hilang. Apabila ada nilai acak bernilai lebih besar dari nilai maksimum maka nilai maksimum yang digunakan untuk mengisi nilai yang hilang. Nilai maksimum yang dimaksud adalah nilai paling besar dari peubah api00.



Gambar 1: Grafik hasil simulasi imputasi regresi dengan metode deterministik (**merah**) dan stokastik (**biru**) dengan peubah api00 pada dataapi (**coklat**)

Grafik hasil simulasi imputasi regresi dengan metode deterministik (**merah**) menghasilkan pola pendugaan data hilang yang identik dengan garis regresi linier sedangkan pola sebaran data hilang yang diduga dengan metode acak/stokastik (**biru**) cenderung menunjukkan pola yang tidak linier, hal ini disebabkan oleh keragaman yang tidak dapat dijelaskan oleh model. Metode imputasi dengan regresi deterministik menggambarkan pola sebaran data yang lebih mirip dengan data api00 (yang mengandung data hilang) dibandingkan dengan menggunakan metode imputasi regresi dengan metode stokastik.

Agoritma EM merupakan salah satu metode selain imputasi regresi yang digunakan secara luas untuk menghitung penduga kemungkinan maksimum dari data yang tidak lengkap

atau hilang. Ada dua tahapan dasar dalam algoritma ini, yaitu : tahapan E (*Expectation*) dan tahapan M (*Maximation*). Kedua tahapan tersebut dilakukan terus menerus hingga pada akhirnya diperoleh nilai dugaan pada tahap M yang konvergen terhadap suatu nilai.

Setelah pendugaan data hilang baik dengan imputasi regresi maupun algoritma EM dilakukan maka diperoleh data lengkap, yang selanjutnya data lengkap tersebut dihitung dugaan rasio beserta ragamnya dengan menggunakan rumus pendugaan rasio dengan metode *Combine Ratio Estimator*.

Berikut adalah ringkasan hasil penduga rasio dan ragam dugaan rasio dari berbagai metode yang telah disebutkan diatas dalam bentuk tabel adalah sebagai berikut:

Tabel 1: Hasil penduga rasio dan ragam dugaan rasio

Metode	Dugaan Rasio	Ragam Dugaan Rasio
<i>Stratified Random Sampling</i>	1.053032	9.002678e-06
Jackknife	1.053032	8.942287e-06
Bootstrap	1.052992	8.928602e-06
Imputasi Regresi (Deterministik)	1.055307	8.561642e-06
Imputasi Regresi (Stokastik)	1.040770	2.609306e-05
Algoritma EM	1.055352	8.578977e-06

Berdasarkan tabel di atas dengan metode *Stratified Random Sampling* diperoleh dugaan rasio sebesar 1.053032 dengan ragam dugaan rasio sebesar 9.002678e-06. Pada metode Jackknife menghasilkan dugaan rasio yang sama dengan metode *Stratified Random Sampling* dengan ragam dugaan rasio yang relatif lebih kecil yaitu sebesar 8.942287e-06. Metode Bootstrap juga menghasilkan dugaan rasio yang tidak jauh berbeda yaitu sebesar 1.052992 dengan ragam dugaan sebesar 8.928602e-06. Pada metode Bootstrap ragam dugaan sangat bergantung pada ulangan, semakin banyak ulangan, maka ragam dugaan rasio yang diperoleh relatif lebih kecil.

Pendugaan data hilang pada kasus ini menggunakan metode imputasi regresi (deterministik dan stokastik) dan algoritma EM. Setelah data lengkap maka dihitung dugaan rasio dan ragamnya dengan menggunakan rumus pendugaan rasio dengan metode *Combine Ratio Estimator*. Dugaan rasio pada metode regresi (deterministik) yaitu 1.055307 tidak jauh berbeda dengan pendugaan data hilang dengan algoritma EM yaitu 1.055352, namun pendugaan rasio setelah dilakukan pendugaan data hilang dengan imputasi regresi (stokastik) cukup berbeda dibandingkan metode lainnya yaitu sebesar 1.040770. Urutan metode yang memberikan ragam dugaan rasio terkecil pada data hilang adalah Imputasi Regresi (Deterministik), Algoritma EM, kemudian Imputasi Regresi (Stokastik).

4 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dipaparkan sebelumnya untuk menduga rasio api00 (Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 2000) berdasarkan api99 (Indeks Prestasi Akademik (API) pada tahun 1999) dengan stratifikasi stype (Elementary/Middle/High School), maka dapat diambil suatu simpulan bahwa untuk kasus pada penelitian ini metode Jackknife menghasilkan dugaan rasio yang sama dengan metode *Stratified Random Sampling*. Ragam dugaan rasio metode Jackknife dan Bootstrap relatif lebih kecil dibandingkan metode *Stratified Random Sampling*. Pada metode Bootstrap ragam dugaan tergantung pada banyaknya ulangan, semakin banyak ulangan maka ragam dugaan rasio relatif lebih kecil. Pada metode pendugaan data hilang untuk kasus ini metode Imputasi Regresi (Deterministik) dan algoritma EM lebih

baik dibandingkan metode Imputasi Regresi (Stokastik) dikarenakan dugaan rasio yang lebih mendekati dan ragam dugaan rasio yang relatif lebih kecil.

Daftar Pustaka

- [1] B. Efron. *The Jackknife, The Bootstrap, and Other Resampling Plans*, SIAM. Philadelphia, Pennsylvania, 1982.
- [2] Mendenhall, Scheaffer, and Ott, *Elementary Survey Sampling*, Wadsworth Publishing Company A Division of International Thomson Publishing Inc, 1982.
- [3] W. Septiana, *Pendugaan Galat Baku Nilai Tengah Menggunakan Metode Resampling Jackknife dan Bootsrttrap Nonparametric* , Lampung : Univerisitas Lampung, 2013.