

J. Ris. & Ap. Mat. Vol. 9 No. 2 (2025) pp. 219-235 Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM)

e-ISSN: 2581-0154

URL: journal.unesa.ac.id/index.php/jram

ANALISIS MODEL PENGUKURAN KINERJA SISTEM ANTRIAN DAN PENGOPTIMALAN WAKTU TUNGGU PADA PEMBUATAN KARTU TANDA PENDUDUK

HERLINA B. ONUNENG¹, DJIHAD WUNGGULI^{2*}, LA ODE NASHAR³, ISMAIL DJAKARIA⁴, AGUSYARIF REZKA NUHA⁵, NISKY IMANSYAH YAHYA⁶

^{1,2,3,4,5,6} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo

* djihad@ung.ac.id

ABSTRAK

Pelayanan perekaman dan pencetakan KTP-el di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kabupaten Bone Bolango masing-masing menggunakan sistem antrian single channel-multi phase dan single channel - single phase. Penerapan sistem antrian ini menyebabkan rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem selama 26 menit dan waktu tunggu pengunjung dalam antrian hingga 4 jam. Artikel ini bertujuan untuk menentukan struktur antrian optimal guna meningkatkan pelayanan dengan membandingkan kinerja sistem sebelum dan sesudah penerapan metode tertentu. Metode yang digunakan adalah multi channel - multi phase pada loket perekaman dan multi channel - single phase pada loket pencetakkan. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa penerapan metode tersebut berhasil mengoptimalkan waktu tunggu dalam antrian (W_q) menjadi 3,6 menit dan waktu tunggu dalam sistem (W_s) menjadi 12,5 menit dengan 3 fasilitas server.

Kata Kunci: Sistem antrian, waktu tunggu, KTP-el

ABSTRACT

E-KTP recording and printing services at the Population and Civil Registration Service of Bone Bolango Regency each use a single channel-multi phase and single channel - single phase queuing system. The implementation of this queuing system causes the average waiting time for visitors in the system to be 26 minutes and the waiting time for visitors in the queue to be more than 4 hours. This article aims to determine the optimal queue structure to improve service by comparing system performance before and after implementing certain methods. The method used is multi channel - multi phase at the recording counter and multi channel - single phase at the printing counter. The results obtained show that the application of this method succeeded in optimizing waiting time in the queue(W_q) to 3.6 minutes and waiting time in the system (W_s) to 12.5 minutes with 3 server facilities.

Keywords: Queue system, waiting time, e-KTP

2020 Mathematics Subject Classification: 60K25, 90B22, 90C29

Diterima: 10-10-25; direvisi: 18-10-25; diterima: 27-10-25

1 Pendahuluan

Kartu Tanda Penduduk (KTP-el) menjadi salah satu kebutuhan administrasi masyarakat yang dapat diperoleh di kantor Disdukcapil (Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil). Disdukcapil Bone Bolango merupakan satu-satunya instansi yang menyediakan pelayanan pencetakan dan perekaman KTP-el bagi masyarakat Kabupaten Bone Bolango. Terbatasnya fasilitas pelayanan yang digunakan menyebabkan terjadinya penumpukan jumlah pengunjung [1].

Hasil survey yang dilakukan oleh penulis terhadap pelayanan pencetakan dan perekaman KTP-el di Kabupaten Bone Bolango menunjukkan bahwa waktu tunggu pengunjung dapat mencapai 4 jam terhitung sejak pengunjung datang sampai dilayani oleh server. Salah satu kendala yang menyebabkan terjadinya penumpukan jumlah pengunjung pada proses registrasi KTP-el karena jumlah penduduk yang terus bertambah dan layanan hanya memiliki satu server.

Terjadinya penumpukan jumlah antrian dapat berdampak pada beberapa aspek, termasuk menciptakan antrian atau penumpukkan berkas yang cukup padat. Kondisi ini mengindikasikan bahwa kualitas proses pelayanan masih jauh dari kata optimal, terutama pada jam-jam sibuk, sehingga pelayanan dari petugas belum sesuai dengan harapan [2]. Jika kondisi tersebut terjadi, maka akan mengurangi kenyamanan masyarakat yang dilayani dan berdampak pada menurunnya citra instansi itu sendiri [3]. Waktu tunggu yang lama perlu menjadi perhatian utama jika pemohon harus mengantri lama disetiap tahap. Hal ini dapat membuat pemohon lain enggan mengurus dokumen kependudukan, terutama pembuatan KTP-el baru, akibat pelayanan yang kurang optimal dan proses yang kurang efektif. Oleh karena itu, diperlukan manajemen khusus untuk meningkatkan kualitas pelayanan. Tujuan penulisan artikel ini adalah untuk meminimalkan waktu tunggu dengan menerapkan struktur antrian multi channel – multi phase dan multi channel – single phase serta membandingkan kinerja sistem antrian sebelum dan sesudah diterapkannya struktur antrian yang baru. Setiap tahapan pelayanan pada loket perekaman dan loket pencetakkan di disdukcapil Kabupaten Bone Bolango berlaku struktur antrian. Struktur antrian merupakan jumlah saluran yang akan dimasuki dan jumlah loket pelayanan yang akan dilalui pengunjung [4]. Maka dari itu, perlu memodelkan antrian sesuai format notasi Kendall untuk meminimalkan permasalahan antrian tersebut.

Artikel ini pengembangan model simulasi antrian yang spesifik dengan fokus pada dua jalur antrian yang berbeda yaitu perekaman dan pencetakan dengan melakukan pendekatan dua model struktur antrian *multi channel-single phase* untuk pencetakan dan *multi channel-multi phase* untuk perekaman yang digabungkan dengan pencetakan. Pola kedatangan dan waktu pelayanan yang tidak mengikuti distribusi tertentu sehingga merepresentasikan kondisi nyata dan lebih akurat. Berbeda dari penelitian sebelumnya yang sederhana dan mudah dianalsis namun kurang realistis dengan adaptasi konteks yang spesifik seperti yang dibahas oleh [5] menggunakan sistem antrian *multi channel-single phase*, yang memungkinkan pengukuran rata-rata waktu pelayanan di setiap loket akurat namun tidak memberikan hasil yang spesifik untuk berapa jumlah loket yang baik disediakan. Penelitian lainnya yang membahas struktur *multi channel-multi phase* dalam antrian pembuatan SIM (Surat izin Mengemudi) dengan menerapkan model antrian (M/M/C) : $(GD/\infty/\infty)$ untuk mengetahui kinerja sistem antrian pembuatan SIM di Poltabes kota Pontianak yang di lakukan oleh [6] yang hanya memberikan hasil akhir dari waktu dan jumlah pelayanan. Sedangkan pada artikel ini menggunakan dua

model antrian tersebut pada sistem antrian diloket perekaman dan pencetakan KTP-el di kantor Disdukcapil Kabupaten Bone Bolango, khususnya untuk para pemohon yang memerlukan kedua layanan tersebut. Pemohon yang hanya melakukan perekaman tidak disertakan dalam penelitian, karena petugas memberikan fleksibelitas waktu karena beberapa kondisi KTP-el bisa langsung diambil, ditinggalkan, atau diambil keesokan harinya. Metode yang digunakan adalah model *multi channel-multi phase* dan *multi channel-single phase*, serta membandingkan struktur yang ada untuk mengembangkan metode yang lebih efisien dan efektif.

2 Kajian Teori

2.1 Teori antrian

Awal mulainya teori antrian yaitu pada tahun 1910 oleh seorang matematikawan dan insinyur asal Denmark yang bernama AK Erlang. Antrian terjadi ketika pengunjung yang membutuhkan layanan mulai berdatangan [7]. Teori antrian adalah cabang dari teori statistika yang membahas perilaku pada system pelayanan, dimana kedatangan pengunjung atau permintaan layanan dan durasi pelayanan bersifat stokastik [8].

Menurut [9] juga mendefinisikan antrian sebagai suatu kelompok orang atau barang yang menunggu pelayanan setelah jangka waktu tertentu, serta memberikan cara suatu perusahaan dapat memastikan jumlah fasilitas dan waktu yang tepat untuk memberikan pelayanan pengunjung yang efektif. Tiga komponen terpenting dari system adalah kedatangan, pelayanan, dan antrian itu sendiri. Proses pelayanan dapat dilakukan oleh berbagai pihak, seperti layanan pelanggan, stasiun kerja, atau mekanik, yang berperan sebagai penyedia layanan bagi pengunjung dan mengatur alur proses dalam sistem antrian.

2.2 Komponen dasar antrian

• Pola kedatangan

Karakteristik dan populasi dapat diidentifikasi berdasarkan ukuran, proses kedatangan, dan perilaku populasi tersebut. Berdasarkan ukurannya, populasi ini dapat dikategorikan menjadi terbatas (*limited*) dan (*tidak terbatas*) [10].

• Pola pelayanan

Jumlah waktu yang dihabiskan dalam suatu layanan bisa ditentukan dan bisa berupa sebuah variable acak dengan distribusi peluang yang telah ditentukan. Ada tiga aspek penting yang perlu diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu ketersediaan pelayanan, kapasitas pelayanan, dan durasi waktu pelayanan [10].

• Kapasitas system

Kapasitas sistem merujuk pada jumlah maksimum pengunjung yang dapat ditampung,baik yang sedang dalam proses maupun yang menunggu dalam antrian, pada suatu waktu tertentu [11].

• Struktur antrian

Struktur antrian (*queue*) adalah salah satu tipe struktur data dalam ilmu computer. Terdapat empat struktur antrian yang terbagi berdasarkan jumlah saluran yang akan dimasuki atau *channel* dan berdasarkan jumlah loket pelayanan yang akan dilalui

pengunjung atau disebut dengan *phase*. Empat struktur antrian secara umum adalah 1). Single channel-single phase, 2). Single channel-multi phase, 3). Multi channel-single phase, 4). Multi channel-multi phase [12].

• Disiplin antrian

Disiplin antrian merupakan aturan atau kebijakan yang mengatur cara pengunjung dalam antrian dilayani. Disiplin antrian sangat penting untuk memastikan keadilan dan efisiensi dalam pelayanan. 4 Jenis disiplin antrian secara umum yaitu, FCFS (*First Come First Served*), LCFS (*Last Come First Served*), SIRO (*Service in Random Order*), PS (*Priority Service*) [6].

• Sumber pemanggilan

Sumber pemanggilan (calling population) mengacu pada kumpulan entitas seperti pengunjung, mesin, atau tugas yang memasuki system antrian untuk dilayani. Keadaan ini terbagi menjadi dua yaitu tak terbatas dan terbatas. Sumber terbatas (finite source) adalah jumlah pengguna yang mendapatkan pelayanan terbatas seperti Mesin yang membutuhkan perbaikan dalam sebuah pabrik. Sedangkan sumber yang tidak terbatas (infinite source) mengacu pada kedatangan yang terus menerus bertambah pada sumber batasan, misalnya dalam situasi pengunjung di toko ritel, panggilan ke call center, atau kendaraan di jalan tol. [11].

Perilaku pengunjung

Perilaku pengunjung dalam antrian merujuk pada cara pengunjung bereaksi atau bertindak saat menunggu untuk dilayani. Ada tiga tindakan (perilaku) pengunjung dalam sistem : *Jockeying*, yaitu perilaku berpindah dari satu antrian ke antrian lainnya untuk mengurangi waktu tunggu ; *Balking*, yaitu perilaku seseorang melihat panjang antrian dan memutuskan untuk tidak masuk ke dalam antrian; dan *Reneging*, yaitu perilaku seseorang yang sudah masuk antrian tetapi memutuskan untuk meninggalkan antrian sebelum mendapat layanan karena merasa terlalu lama menunggu [11].

2.3 Steady state

Proses markov akan mencapai kondisi *steady state*, yang berarti status probabilitas akan tetap konstan setelaj proses berjalan selama beberapa periode. *Steady state* sangat penting dalam analisis sistem antrian karena memungkinkan untuk menghitung metrik kinerja sistem secara akurat, merancang system yang efisiensi dan memperkirakan sumber data yang dibutuhkan [13].

Perhitungan nilai rata-rata waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dapat dihitung dengan berbagai cara, salah satunya dengan menggunakan tabel statistik yaitu tabel distribusi frekuensi dengan rata-rata hitung data berkelompok dirumuskan sebagai berikut [14]:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} \tag{2.1}$$

Keterangan:

 $\bar{x} = \text{Rata-rata}$

 x_i = Titik tengah kelas interval

 f_i = Frekuensi kelas interval

k = Banyak kelas

Nilai tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) dihitung dalam periode satuan waktu dengan rumus $\lambda = \frac{1}{\underline{x}_k} \operatorname{dan} \mu = \frac{1}{\underline{x}_p}$ dengan interpretasi tingkat kedatangan yaitu frekuensi dengan rata-rata pelanggan tiba dalam sistem dan tingkat pelayanan adalah kecepatan rata-rata system dalam melayani pelanggan.

Pencapaian kondisi *steady state* harus memenuhi syarat seperti kedatangan pengunjung harus lebih rendah dari waktu pelayanan. Diasumsikan bahwa tingkat kedatangan pengunjung dalam satuan waktu adalah λ , dan tingkat pelayanan pengunjung dalam satuan waktu yang sama adalah μ . Sehingga ρ atau faktor utilitas didefinisikan sebagai rasio antara λ dan μ dalam kurun waktu tertentu [15], yang dapat dinyatakan dengan rumus berikut :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \tag{2.2}$$

Berbeda dengan model antrian dengan jumlah server yang memiliki lebih dari satu server dimana utilitas system $\rho < c$, dengan c adalah jumlah server, maka peningkatan sistem pelayanan dilakukan dengan melakukan simulasi model, dengan melakukan penambahan atau pengurangan fasilitas pelayanan. Simulasi model ini juga dapat menentukan model antrian yang optimal agar menghasilkan kualitas pelayanan yang baik [2]:

$$\rho = \frac{\lambda}{c \times \mu} < c \tag{2.3}$$

Dengan : ρ = Utilitas system (tingkat kesibukan pelayanan), λ = Jumlah tingkat pengunjung yang datang (orang), μ = Jumlah tingkat pengunjung yang dilayani (orang), dan c = Jumlah fasilitas pelayanan.

2.4 Distribusi Poisson dan Eksponensial

• Distribusi poisson

Distribusi ini digunakan untuk menggambarkan jumlah kejadian dalam suatu selang waktu tertentu, yang mana diasumsikan bahwa rata-taya kejadian telah diketahui dan beberapa kejadian tersebut terjadi secara independent. Kejadian ini berupa permintaan atau pengunjung. Simbol λ menyatakan nilai harapan dari kejadian pada suatu interval waktu. Peluang terjadinya suatu peristiwa sebesar x kali dapat dinyatakan sebagai berikut [11]:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 1, 2, 3, 4, ..., n$$
 (2.4)

Dimana:

P(x) = Peluang terjadinya kedatangan

 λ = Rata-rata kedatangan dalam satuan waktu

x = Banyak kedatangan per satuan waktu

 $e = \text{Bilangan euler} (e \approx 2,71828)$

• Distribusi Eksponensial

Distribusi *Eksponensial* sering digunakan dalam teori antrian untuk memodelkan waktu distribusi pada fasilitas pelayanan karena sifatnya yang mencerminkan kejadian acak dan

tidak memiliki memori. Artinya, waktu pelayanan pengunjung tidak mempengaruhi waktu pelayanan sebelumnya atau jumlah pengunjung yang akan dilayani. Distribusi ini digunakan untuk menggambarkan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk melayani satu pengunjung sebelum layanan berikutnya dimulai. Variabel acak kontinu x mengikuti distribusi eksponensial yang berparameter $\theta > 0$ apabila fungsi distribusi berbentuk [11]:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{\frac{-x}{\theta}}, x > 0 \tag{2.5}$$

Dimana:

f(x) = Fungsi peluang kepadatan,

 θ = Parameter skala,

 $e = \text{Bilangan euler} (e \approx 2,71828).$

2.5 Model Antrian

Notasi *Kendall* menjadi sistem notasi standar yang digunakan untuk mengklasifikasikan system antrian dalam teori antrian. Notasi ini dikembangkan oleh David G. Kendall pada tahun 1953 dan dirancang untuk memberikan representasi singkat dari karakteristik utama system antrian. Berikut format umum notasi [16]:

$$(a/b/c)$$
: $(d/e/f)$

Dengan:

a = Distribusi waktu antar kedatangan (M, Ek, D, G)

b = Distribusi waktu pelayanan (M, Ek, D, G)

 $c = \text{Jumlah saluran pararel} (c = 1, 2, ..., \infty)$

d = Disiplin antrian (FCFS, LCFS, SIRO, PS)

e = Jumlah maksimum pengunjung.

f = Besarnya populasi kedatangan.

Pada [16] juga menambahkan komponen dasar antrian melibatkan pengukuran kinerja antrian. Keefektifitasan pelayanan pada kinerja suatu antrian dapat diukur melalui nilai intensitas yaitu $\rho < 1$. Jika nilai ρ semakin besar, maka semakin besar pula jumlah antrian yang terbentuk, dan sebaliknya. Ukuran-ukuran kinerja sistem dapat diukur melalui nilai peluang tidak sedang melayani pengunjung (P_0) , rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian (L_q) , rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem (L_s) , rata-rata waktu menunggu pengunjung dalam antrian (W_q) , rata-rata waktu pengunjung dilayani sistem pelayanan (W_s) . Angka-angka ini dapat digunakan untuk menghitung waktu tunggu dan jumlah pengunjung dalam proses pelayanan sehingga dapat menunjukkan dan membuktikan pelayanan yang optimal.

• Model (M/M/1): $(GD/\infty/\infty)$

Model ini memiliki pola kedatangan dan pola pelayanan yang masing-masing berdistribusi *poisson* dan *eksponensial*. Sumber kedatangan dan kapasitas layanan dianggap tidak terbatas. Proses hitung nilai Ls, Lq, Ws, dan Wq pada model antrian Model (M/M/1): $(GD/\infty/\infty)$ sebagai berikut [17]:

○ P₀ (Peluang tidak ada pengunjung dalam system)

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.5}$$

 $\circ L_s$ (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_{s} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{2.6}$$

o L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{2.7}$$

o W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_{\rm S} = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{2.7}$$

 $\circ W_q$ (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{2.8}$$

• Model (M/M/C): $(GD/\infty/\infty)$

Sama seperti model sebelumnya, hanya saja model ini memiliki jumlah fasilitas server dalam pelayanan yang disimbolkan dengan c. Berikut bentuk umum pengukuran kinerja system antrian model ini [18]:

○ P₀ (Peluang tidak ada pengunjung dalam system)

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{0!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^0\right] + \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \left(\frac{c\mu}{c\mu - \lambda}\right)}$$
(2.9)

 $\circ L_s$ (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_S = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{(c-1)!(c\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$
 (2.10)

o L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = L_s + \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.11}$$

o W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_{s} = \frac{L_{s}}{\lambda} \tag{2.12}$$

 $\circ W_q$ (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = W_s + \frac{1}{\mu} (2.13)$$

• Model (G/G/C): $(GD/\infty/\infty)$

Model antrian ini merupakan model yang memiliki pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi umum (General) dan mempunyai jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c; c = 1, 2, 3, ... Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model adalah sebagai berikut [19]:

o L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c!(1-\rho)^2} P_0 + \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$
 (2.14)

 $\circ L_s$ (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.15}$$

o W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{2.16}$$

 $\circ W_s$ (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} (2.17)$$

Dimana:

$$P_0 = 1 - \rho$$
$$r = \frac{\lambda}{\mu}$$

v(t) = varian waktu pelayanan.

v(t') = varian waktu antar kedatangan.

2.6 Uji Kecocokan Distribusi

Pencocokan distribusi kedatangan dan waktu pelayanan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* direkomendasikan karena cocok untuk sampel yang tidak terlalu besar dengan tidak akan kehilangan informasi meskipun sampel dipadukan ke dalam kategori-kategori lain [11]:

Berikut langkah-langkah uji Kolmogorov-Smirnov satu sampel:

- Hipotesis distribusi kedatangan sebagai berikut :
 - a. H_0 : Tingkat kedatangan pengunjung berdistribusi *poisson*
 - b. H_1 : Tingkat kedatangan pengunjung tidak berdistribusi poisson

Apabila data tidak memenuhi distribusi *poisson*, maka tingkat kedatangan mengikuti distribusi General.

Hipotesis distribusi waktu pelayanan adalah sebagai berikut :

- a. H_0 : Tingkat pelayanan pengunjung berdistribusi *eksponensial*
- b. H_1 : Tingkat pelayanan pengunjung tidak berdistribusi eksponensial

Apabila data tidak berdistribusi *eksponensial*, maka tingkat pelayanan mengikuti distribusi General.

- Penentuan taraf signifikansi sebesar $\alpha = 5\%$
- Statistik Uji

$$D = |S(x) - F_0(x)|$$

• Kriteria uji

Tolak H_0 pada taraf signifikan $\alpha = 0.05$, jika nilai $D > D * (\alpha)$ adalah nilai kritis yang diperoleh dari tabel *Kolmogorov-Smirnov*.

2.7 Model Tingkat Aspirasi

Istilah "Tingkat Aspirasi" didefiniskan sebagai tingkat pencapaian tertinggi berdasarkan serangkain kriteria yang ada. Model pelayanan berganda ditentukan jumlah pelayanan (c) yang optimum dengan ukuran yang bertentangan adalah :

- a. Rata-rata waktu pengunjung menunggu dalam system W_s .
- b. Persentasi pelayanan tidak sedang melayani (menganggur) X.

Kedua ukuran ini mencerminkan aspirasi pelanggan dan pelayanan. Tingkat aspirasi (batas atas) untuk W_s dan X diketahui α dan β . Oleh karena itu, metode tingkat aspirasi dapat didefinisikan secara matematis sebagai berikut :

Penentuan jumlah pelayanan, perlu ditetapkan sedemikian rupa sehingga (Felysia et al., 2021) [20]:

$$W_s \le \alpha$$

 $X \le \beta$

Dimana:

 α = Batas atas waktu pelanggan menunggu dalam sistem

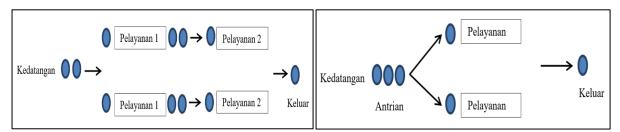
 β = Batas atas persentasi waktu menganggur pelayanan

Ekspresi untuk W_s diketahui dari analisis model kinerja sistem antrian dan ekspresi untuk X adalah sebagai berikut :

$$X = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu \times c}\right) \times 100\% \tag{2.18}$$

3 Metode Penelitian

Data yang digunakan adalah data primer yang berasal dari hasil observasi langsung terhadap kedatangan pengunjung dan durasi waktu tunggu pengunjung dalam sistem pembuatan KTP-el di Disdukcapil Kabupaten Bone Bolango. Sampel data yang digunakan dalam artikel ini yaitu jumlah (orang) dan waktu tunggu (menit) pengunjung disdukcapil Bone Bolango yang melakukan perekaman dan pencetakan atau yang melakukan pencetakan KTP-el tanpa melakukan perekaman. Software yang dipakai dalam penelitian ini adalah POM-QM dengan tujuan untuk menganalisis dan mengukur kinerja sistem antrian [21]. Variabel penelitian dalam artikel ini terdiri dari jumlah rata-rata kedatangan pengunjung persatuan waktu (menit) yang disimbolkan dengan λ , jumlah rata-rata pelayanan pengunjung persatuan waktu (menit) yang disimbolkan sebagai μ , tingkat kegunaan fasilitas (%) sebagai ρ , jumlah server atau disimbolkan sebagai c, rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian (orang) sebagai L_q , rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem (orang) sebagai L_s , rata-rata waktu dalam antrian (orang) sebagai W_q , rata-rata waktu dalam sistem (orang) sebagai W_s , nilai peluang pelayanan tidak sedang melayani pengunjung sebagai P_0 . Model struktur antrian yang digunakan adalah multi channel-multi phase dan multi channel-single phase yang ditunjukkan dalam diagram alir pada Gambar 1 dan 2.



Gambar 1. Multi Channel-Multi Phase

Gambar 2. Multi Channel-Single Phase

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- a. Mengidentifikasi masalah dan observasi awal.
- b. Menginput data.
- c. Melakukan pemeriksaan steady state.
- d. Melakukan uji distribusi menggunakan uji Kolmogorov Smirnov.
- e. Menformulasikan model struktur antrian.
- f. Mengukur kinerja dalam antrian (L_s, L_q, W_s, W_q) .
- g. Membandingkan sebelum dan sesudah diterapkannya kinerja sistem antrian dengan model antrian terbaru.

h. Interpretasi hasil.

4 Hasil dan Pembahasan

4.1 Data hasil penelitian

Pelayanan proses pembuatan KTP-el memiliki satu pelayanan perekaman dan satu pelayanan pencetakkan yang melayani masyarakat. Tingkat kedatangan pengunjung diperoleh dengan melakukan pengamatan pada jumlah dan waktu antara pengunjung yang datang lalu dilayani dan tingkat pelayanan diperoleh dengan melakukan pengamatan pada waktu yang dihabiskan pengunjung pada proses pelayanan. Jumlah pengunjung yang mengurus pembuatan KTP-el selama 15 hari adalah 656 orang. Data hasil penelitian dirangkum dalam tabel 1.

Tabel 1: Data Jumlah Pengunjung

| | Pelaya | anan |
|------|-------------|-----------|
| Hari | Pencetakkan | Perekaman |
| 1 | 30 | 5 |
| 2 | 40 | 2 |
| 3 | 40 | 8 |
| 4 | 106 | 13 |
| 5 | 53 | 6 |
| 6 | 60 | 5 |
| 7 | 35 | 3 |
| 8 | 36 | 4 |
| 9 | 46 | 5 |
| 10 | 20 | 3 |
| 11 | 53 | 4 |
| 12 | 25 | 6 |
| 13 | 29 | 7 |
| 14 | 38 | 2 |
| 15 | 45 | 2 |

Seiring dengan meningkatkan jumlah pengunjung, tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan per hari cenderung mengalami perubahan. Tabel 2 menuangkan data tingkat kedatangan dan pelayanan perhari yang menunjukkan pengaruh jumlah pengunjung dan waktu pelayanan pada loket pencetakkan (Ce) dan perekaman (Re).

Tabel 3: Data Tingkat Kedatangan dan Pelayanan Perhari

| | | • | | _ | • | | |
|---------------------|-----------------------------|----------------|------------------|---------|-----------|-----------------|-----------|
| Data | Data Waktu Antar Kedatangan | | | D | ata Waktu | Pelayana | n |
| Waktu Antar Tingkat | | Lama Pelayanan | | Tingkat | | | |
| Kedatan | gan (m) | Kedatang | Kedatangan (p/m) | | 1) | Pelayaı | nan (p/m) |
| Ce | Re | Ce | Re | Ce | Re | Ce | Re |
| 286 | 80 | 6,3 | 3,8 | 432 | 272 | 14,4 | 54,4 |
| 278 | 39 | 8,6 | 3,1 | 432 | 95 | 10,8 | 47,5 |
| 261 | 261 | 9,2 | 1,8 | 438 | 382 | 10,9 | 47,7 |
| 269 | 223 | 23,6 | 3,5 | 459 | 454 | 4,33 | 34,9 |
| 213 | 213 | 14,9 | 1,7 | 432 | 246 | 8,15 | 41,0 |

4.2 Penentuan Steady State

Penentuan *steady state* dilakukan untuk mengetahui tingkat kesibukan server. Sebelum menentukan *stedy state* terlebih dahulu ditentukan nilai rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan rata-rata tingkat pelayanan (μ) dengan menggunakan data yang disajikan pada tabel 3 yang menunjukkan kelas interval waktu dan frekuensi dari data waktu antar kedatanan dan waktu pelayanan. Dari tabel 3 diperoleh tingkat kedatangan pencetakan $\lambda_c = 12,6$ orang, tingkat kedatangan perekaman $\lambda_r = 1,8$ orang, tingkat pelayanan pencetakan $\mu_c = 6,6$ orang dan tingkat pelayanan perekaman $\mu_r = 1,2$ orang.

Tabel 3: Frekuensi Waktu

| | | Pencetakkan | | | | |
|-------|----------|-------------|-----------------|----------|-----------|-----------------|
| Kelas | Interval | Frekuensi | Nilai Tengah | Interval | Frekuensi | Nilai Tengah |
| 1 | 0-3 | 334 | 1,5 | 0-12 | 31 | 6 |
| 2 | 4-7 | 278 | 8,63 | 13-25 | 12 | 9 |
| 3 | 8-11 | 261 | 9,20 | 26-38 | 10 | 32 |
| 4 | 12-15 | 269 | 23,64 | 39-51 | 7 | 45 |
| 5 | 16-19 | 213 | 14,93 | 52-64 | 8 | 58 |
| 6 | 20-23 | 215 | 16,74 | 65-77 | 4 | 71 |
| 7 | 24-27 | 180 | 11,67 | 78-90 | 2 | 84 |
| 8 | 28-31 | 180 | 11,67 | 91-103 | 1 | 97 |
| 9 | 32-35 | 166 | 13,01 | | | |
| 10 | 36-39 | 207 | 13,33 | | | |
| 11 | 40-43 | 88 | 13,64 | _ | | |

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat dihitung nilai tingkat kesibukan loket pencetakkan (ρ_c) dan tingkat kesibukan loket perekaman (ρ_r) pada masing-masing pelayanan menggunakan Persamaan 2.3 yaitu sebagai berikut :

$$\rho_c = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{12,6}{1 \times 6,6} = 1,9\%$$

$$\rho_r = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{1,8}{1 \times 1,2} = 1,5\%$$

Perhitungan diatas menunjukkan bahwa pelayanan pencetakkan dan perekaman belum memenuhi *steady state* karena nilai $\rho > 1$. Hal ini disebabkan karena kedua pelayanan belum mencapai keseimbangan yang mengakibatkan pelayanan mengalami tingkat kesibukan yang cukup panjang. Sehingga perlu adanya perbaikan sistem pelayanan dengan menggunakan simulasi model pada langkah penentuan model antrian atau dengan menambahkan jumlah server yang mana diperoleh

$$\rho_c = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{12,6}{2 \times 6,6} = 0,95\%$$

$$\rho_r = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{1,8}{2 \times 1,2} = 0,75\%$$

Hasil perhitungan diatas diperoleh bahwa kesibukan pada masing-masing pelayanan pembuatan KTP-el dapat dikatakan *steady state* karena nilai $\rho_c = 0.95$ dan $\rho_c = 0.75 < 1$.

4.3 Uji Kecocokan Distribusi

• Uji Distribusi Kedatangan

Hasil analisis uji distribusi poisson dapat dilihat pada tabel 4 berikut :

Tabel 4: Uji Distribusi Poisson

| Dolovanan | Kolmogo | rov-Smirnov |
|-----------|---------|-------------|
| Pelayanan | Nilai D | KS-Tabel |
| С | 1,000 | 0,338 |
| R | 0,996 | 0,338 |

Berdasarkan tabel pengujian diperoleh dalam uji *Kolmogorov Smirnov* menunjukkan bahwa nilai D pada pelayanan pencetakkan adalah 1,000 dan pada perekaman adalah 0,996. Kemudian nilai taraf nyata D*($\alpha = 0,05$) dari tabel kritis *Kolmogorov Smirnov* yaitu 0,338. Dapat dilihat bahwa nilai D lebih besar dari nilai taraf yaitu 1,000 > 0,388 dan 0,996 > 0,388 maka diperoleh keputusan H_0 ditolak, artinya kedatangan pengunjung pada pembuatan KTP-el tidak berdistribusi *poisson*. Jika tidak berdistribusi *poisson* maka kedatangan pengunjung diasumsikan mengikuti ditribusi General.

• Uji Distribusi Pelayanan

Hasil analisis uji distribusi eksponensial dapat dilihat pada tabel 5 berikut :

Tabel 5: Uji Distribusi Eksponensial

| | Kolmogor | rov-Smirnov | | |
|-----------|----------|-------------|--|--|
| Pelayanan | Nilai D | KS-Tabel | | |
| С | 1,000 | 0,438 | | |
| R | 1,000 | 0,438 | | |

Berdasarkan tabel pengujian diperoleh hasil uji *Kolmogorov Smirnov* menunjukkan bahwa nilai D pada pelayanan pencetakkan adalah 1,000 dan pada perekaman juga adalah

1,000. Kemudian nilai taraf nyata D*($\alpha = 0,05$) dari tabel kritis *Kolmogorov Smirnov* yaitu 0,438. Dapat dilihat bahwa nilai D lebih besar dari nilai taraf yaitu 1,000 > 0,438 maka diperoleh keputusan H_0 ditolak, artinya tingkat pelayanan pengunjung pada pembuatan KTP-el tidak berdistribusi *eksponensial*. Apabila data tidak berdistribusi *eksponensial* maka tingkat pelayanan pengunjung diasumsikan mengikuti distribusi General.

4.4 Model Antrian

Model antrian pada proses pembuatan KTP-el dibuat menjadi 1 model untuk masing-masing pelayanan pencetakkan dan perekaman. Pada model ini memiliki notasi antrian yang berdistribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan yang sama yaitu distribusi General (umum). Sama halnya dengan disiplin pelayanan yang sesuai dengan aturan FCFS (First Come First Server), serta jumlah maksimum pengunjung dan besar populasi kedatangan yang tidak terbatas (∞).

Setelah diketahui semua elemen-elemen yang memenuhi format umum *Notasi Kendall* model antrian, maka didapatkan model antrian pelayanan pembuatan KTP-el yaitu (G/G/C): $(FCFS/\infty/\infty)$ dengan model antrian pencetakkan dan perekaman dimodelkan sama karena disetiap pelayanan hanya memiliki 1 server.

4.5 Analisis Kinerja Sistem Antrian

Perlu untuk mengukur kinerja sistem antrian sebelum penambahan server pelayanan dengan model (G/G/C):(FCFS/ ∞ / ∞) dengan struktur antrian *single channel - single phase*. Hasil pengukuran kinerja sistem antrian sebelum dan sesudah penambahan fasilitas server disajikan dalam tabel 6 dan 7:

Tabel 6: Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian Pencetakkan

| C:1: | | Kinerja | a Sistem A | ntrian | |
|----------|-------|-----------|------------|-----------|-------------------|
| Simulasi | ho(%) | W_q (m) | W_s (m) | L_q (p) | $L_s(\mathbf{p})$ |
| Sebelum | 190 | -18 | -8,4 | -3,9 | -1,9 |
| Sesudah | 95 | 93 | 102 | 19,5 | 21,4 |

Tabel 7: Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian Perekaman

| C:1 | | Kinerj | Kinerja Sistem Antrian | | | |
|----------|----------------------|-----------|------------------------|-----------|-------------------|--|
| Simulasi | $oldsymbol{ ho}(\%)$ | W_q (m) | W_s (m) | L_q (p) | $L_s(\mathbf{p})$ | |
| Sebelum | 150 | -186 | -138 | -5,7 | -4,2 | |
| Sesudah | 75 | 94,8 | 113,4 | 2,85 | 4,35 | |

Berdasarkan hasil analisis pada tabel 6 dan 7 menunjukkan bahwa dari kedua pelayanan, penumpukan pengunjung hanya terjadi pada pelayanan pencetakkan yang mana pada pencetakkan berstruktur antrian single channel-single phase maka dari itu perlu untuk memutuskan berapa jumlah server yang akan digunakan pada pelayanan pencetakkan dan perlu menerapkan struktur multi channel-single phase agar pelayanan pencetakkan lebih optimal. Sedangkan pada pelayanan perekaman sudah tidak perlu untuk penambahan server karena tidak terjadi penumpukkan pengunjung hanya saja perlu ada perbaikan server perekaman dengan melakukan perubahan alat-alat yang digunakan karena melihat waktu pelayanan. Rata-rata

pengunjung dalam sistem dan antrian yang cukup lama yang kemungkinan besar diakibatkan karena alat-alat yang kurang baik atau pelayan dari pegawai yang lebih ditingkatkan.

Maka dari itu untuk penerapan struktur antrian *multi channel-multi phase* tidak diperlukan karena struktur ini cocok jika ada penambahan server pada kedua pelayanan perekaman dan pencetakkan. Sehingga penerapan struktur baru hanya diterapkan pada pelayanan pencetakkan yaitu struktur *multi channel-single phase*.

| Сомуст | | Kiner | ja Sistem A | ntrian | |
|--------|-------|--------|----------------------|--------|--------|
| Server | ho(%) | Wq (m) | Ws (m) | Lq (p) | Ls (p) |
| 1 | | Tic | lak <i>Steady St</i> | ate | |
| 2 | 95 | 93 | 102 | 19 | 21 |
| 3 | 64 | 3,6 | 12,6 | 0,7 | 2 |
| 4 | 48 | 0,6 | 9,6 | 0,14 | 1,95 |

Hasil dari kedua kinerja sistem antrian dengan model tersebut sudah sesuai dengan output software POM-QM. Hasil output dirangkum pada bentuk tabel 8 yang menunjukkan bahwa pada server 1 tidak memenuhi steady state, sedangkan pada server 2, 3, dan 4 memenuhi steady state dengan hasil nilai nilai Wq, Ws, Lq, dan Ls yang dijadikan sebagai tolak ukur pada model tingkat aspirasi.

4.6 Model Tingkat Aspirasi

Pelayanan yang akan dihitung pada tingkay aspirasi hanya pada pelayanan pencetakkan sehingga batas atas untuk Ws dan X diharapkan $\alpha=15$ menit dan $\beta=50\%$, sedemikian rupa sehingga :

$$W_s \le 15 \ menit$$

 $X \le 50\%$

Berdasarkan tabel 7 telah diperoleh hasil eksprei W_s pada jumlah server berbeda, kemudian akan dihitung ekspresi X menggunakan persamaan 2.18 diperoleh sebagai berikut :

$$X = (1 - \frac{\lambda}{\mu \times c}) \times 100\%$$
$$X = \left(1 - \frac{12,6}{6.6 \times 1}\right) \times 100\% = -0.90\%$$

Perhitungan serupa juga diterapkan pada kinerja sistem antrian dengan jumlah server yang bervariasi untuk menentukan sistem antrian yang paling optimal.

Tabel 9: Tabel Tingkat Aspirasi

| Server | Kinerja Sistem Antrian | | | |
|--------|------------------------|--------|--|--|
| Server | X (%) | Ws (m) | | |
| 1 | -0,90% | -8,4 | | |
| 2 | 4,5% | 102 | | |
| 3 | 36% | 12,6 | | |
| 4 | 52% | 9,6 | | |

Berdasarkan hasil tabel 9, model aspirasi yang cukup untuk memenuhi tingkat aspirasi adalah 3 server dengan nilai rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem adalah 12,6 menit dan persentase menganggurnya pelayanan yaitu 36%.

Analisis model tingkat aspirasi dapat ditarik kesimpulan untuk sistem pelayanan yang optimal pada pelayanan pencetakkan KTP-el di Dinas Dukcapil Kabupaten Bone Bolango adalah menggunakan 3 server dengan model (G/G/3): $(FCFS/\infty/\infty)$.

5 Kesimpulan

Perbandingan hasil waktu tunggu dengan model struktur antrian multi channel-multi phase dan multi channel-single phase sebelum dan sesudah diterapkannya metode struktur antrian tersebut yaitu pada struktur antrian pencetakkan mendapatkan hasil yang masih jauh dari waktu tunggu pengunjung dalam antrian yang diharapkan hingga mencapai 4 jam lebih. Setelah dilakukan penerapan struktur tersebut dengan 3 server membuat pelayanan lebih optimal dengan jumlah rata-rata pengunjung dalam antrian hanya 1 orang. Waktu tunggu pengunjung dalam antrian (W_q) dan dalam sistem (W_s) menjadi 3,6 menit dan 12,5 menit. Sedangkan struktur antrian multi channel-multi phase jika dilakukan penambahan pada kedua server akan mempengaruhi peluang tidak adanya pelayanan atau pelayanan menganggur yang akan meningkat, maka dapat diartikan bahwa salah satu pelayanan tidak perlu dilakukan penambahan server.

Daftar Pustaka

- [1] I. Hoerunisa dan S. Sukanta, "Penerapan Model Antrian Multi Channel-Single Phase pada SPBU Sempu Jurong Cikarang Utara," *Unistek*, vol. 8, no. 1, hal. 11–17, 2021, doi: 10.33592/unistek.v8i1.1202.
- [2] K. S. Etika Permatasari1, "ANALISIS SISTEM ANTRIAN MULTIPHASE PADA FASILITAS PELAYANAN MASYARAKAT BIDANG PENDAFTARAN PENDUDUK DI DINAS KEPENDUDUKAN DAN PENCATATAN SIPIL KABUPATEN MADIUN," *J. Stat. Ind. dan Komputasi*, vol. 5, no. 1, hal. 41–53, 2020.
- [3] Fuad Dwi Hanggara dan R. D. E. Putra, "Analisis Sistem Antrian Pelanggan SPBU Dengan Pendekatan Simulasi Arena," *J. INTECH Tek. Ind. Univ. Serang Raya*, vol. 6, no. 2, hal. 155–162, 2020, doi: 10.30656/intech.v6i2.2543.
- [4] M. Iqbal dan S. Ramayuda, "SISTEM INFORMASI ANTRIAN ONLINE BERBASIS WEBSITE MENGGUNAKAN MULTI CHANNEL SINGLE PHASE (Studi Kasus: Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Sintang)," *J. Komput. dan Apl.*, vol. 10, no. 03, hal. 354–365, 2022.
- [5] D. Ratna Sari, H. Cipta, dan S. Harleni, "Analisis Sistem Antrian Multi Chanel Single Phase Dalam Penerapan Protokol Kesehatan Pandemi COVID-19 Di Merdeka Walk Medan," *G-Tech J. Teknol. Terap.*, vol. 6, no. 1, hal. 47–52, 2022, doi: 10.33379/gtech.v6i1.1249.
- [6] S. Aminah, M. Aritonang, dan E. Sulistianingsih, "ANALISIS ANTRIAN MULTI CHANNEL MULTI PHASE DENGAN MODEL ANTRIAN (M / M / c): (Antrian," *Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 04, no. 2, hal. 127–134, 2015.
- [7] A. H. Purina Pakurnia Artiguna1, Sugito2, "Analisis Sistem Antrian Pada Layanan Pengurusan Paspor Di Kantor Imigrasi Kelas I Semarang," *J. GAUSSIAN*, vol. 3, no. 4,

- hal. 801–810, 2014, doi: 10.25077/jmu.6.2.57-64.2017.
- [8] E. P. S. Suryowati, Kris Maria Titah JP, "APLIKASI MODEL ANTRIAN PADA OPTIMALISASI PELAYANAN PT KAI STASIUN LEMPUYANGAN YOGYAKARTA," J. Mat. Murni dan Terap. "Epsilon," vol. 12, no. 1, hal. 11–20, 2018.
- [9] barry R. jay heizer, "Manajemen Operasi," in *Salemba Empat*, Salemba Empat, 2019, hal. 8–9.
- [10] N. Qomariyah, S. Martha, dan S. Aprizkiyandari, "ANALISIS MODEL ANTRIAN PEMBUATAN KARTU TANDA PENDUDUK DINAS KEPENDUDUKAN DAN PENCATATAN SIPIL KOTA PONTIANAK Nurul Qomariyah, Shantika Martha, Siti Aprizkiyandari INTISARI," *Bul. Ilm. Math. Stat. dan Ter.*, vol. 09, no. 3, hal. 453–458, 2020.
- [11] R. Sismetha, M. Aritonang, dan M. Kiftiah INTISARI, "Analisis Model Distribusi Jumlah Kedatangan Dan Waktu Pelayanan Pasien Instalasi Rawat Jalan Rumah Sakit Ibu Dan Anak (Rsia) Anugerah Bunda Khatulistiwa Pontianak," *Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 6, no. 01, hal. 51–60, 2017.
- [12] R. W. Arini dan S. Nanih, "Analisis Sistem Antrian Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (Bpjs) Kesehatan: Studi Kasus Puskesmas Margadadi," *Jural Ris. Rumpun Ilmu Tek.*, vol. 1, no. 1, hal. 23–37, 2022, doi: 10.55606/jurritek.v1i1.104.
- [13] A. S. Phasa dan Y. P. Astuti, "ANALISIS PERILAKU BRAND SWITCHING DENGAN METODE RANTAI MARKOV," *J. Ilm. Mat.*, vol. 9, no. 1, hal. 212–219, 2021.
- [14] G. Keifer dan F. Effenberger, *Buku Guru Mtk K.13*, EDISI REVI., vol. 6, no. 11. INDONESIA: Kementrian Pendidikan Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia, 1967.
- [15] H. Oktaviyanty, K. Dwidayati, dan A. Agoestanto, "Optimasi Sistem Antrian pada Pelayanan Servis Sepeda Motor Berdasarkan Model Tingkat Aspirasi Studi Kasus Bengkel Ahass Handayani Motor (1706) Semarang," *UNNES J. Math.*, vol. 7, no. 2, hal. 181–191, 2018, [Daring]. Tersedia pada: http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm
- [16] H. A. Taha, *Operations Research an Introduction*, Tenth Edit. Mexico: Pearson Education, 2007.
- [17] A. L. Suban, S. Margaretha itu, R. Nagen, dan Y. Mbangga Rai le'o, "ANALISIS SISTEM ANTRIAN PEMBAYARAN REGISTRASI MAHASISWA DENGAN MODEL ANTRIAN SINGLE CHANNEL-SINGLE PHASE POLA M/M/1," *J. Creat.*, vol. 8, hal. 24–31, 2021.
- [18] M. N. Khasanah dan Y. P. Astuti, "Analisis Sistem Antrian Pada Optimalisasi Pelayanan Pasien Di Pusat Kesehatan Masyarakat," *MATHunesa J. Ilm. Mat.*, vol. 10, no. 1, hal. 170–179, 2022, doi: 10.26740/mathunesa.v10n1.p170-179.
- [19] D. Gross, J. F. Shortle, J. M. Thompson, dan C. M. Harris, *FUNDAMENTAL OF QUEUEING THEORY*, Fourth Edi., vol. 11, no. 1. New York, 1998. [Daring]. Tersedia pada: http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-59379-1%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-420070-8.00002-7%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.ab.2015.03.024%0Ahttps://doi.org/10.1080/07352689.2018.1441103%0Ahttp://www.chile.bmw-motorrad.cl/sync/showroom/lam/es/
- [20] N. Felysia, S. Wahyuningsih, dan Y. N. Nasution, "Analisis Sistem Antrean Untuk Optimalisasi Jumlah Server Menggunakan Model Keputusan Tingkat Aspirasi (Studi

- Kasus: Restoran Cepat Saji di Samarinda Central Plaza) The Queueing System Analysis For Optimisting The Number Of Servers Using Aspirational De," *J. Ekponansial*, vol. 12, no. 2, hal. 153–160, 2021.
- [21] Winda ade B Fitriya, N. R. Paranoan, C. bintang Girik Allo, dan S. R. Sumardi, "OPTIMASI KEUNTUNGAN PRODUKSI MENGGUNAKAN METODE SIMPLEKS DAN APLIKASI POM QM," *J. Ris. dan Apl. Mat.*, vol. 08, no. 02, hal. 201–209, 2024.