



**PENERAPAN ANALISIS SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL
MENGUNAKAN *BISHOP CONTIGUITY* DAN *SPATIAL ERROR
MODEL* MENGGUNAKAN *QUEEN CONTIGUITY* (Studi Kasus :
Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Pulau
Sulawesi Tahun 2022)**

SAHRULLAH GALLA¹, SALMUN K. NASIB^{2*}, ISRAN K. HASAN³, MUH. REZKY F. PAYU⁴, LA ODE NASHAR⁵, AGUSYARIF REZKA NUHA⁶

¹²³⁴⁵⁶Program Studi Statistika FMIPA Universitas Negeri Gorontalo

*salmun@ung.ac.id

Abstrak

Matriks pembobot spasial sangat penting dalam memberikan gambaran hubungan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya dalam regresi spasial. Dalam penelitian ini penulis membandingkan matriks pembobot *bishop contiguity* dalam model SAR dan *queen contiguity* dalam model SEM pada data IPM di pulau Sulawesi. Variabel yang digunakan yakni IPM, AHH, HLS dan pengeluaran perkapita. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui model terbaik yang digunakan dalam pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di pulau Sulawesi serta memberikan literatur bahwa pemilihan matriks pembobot dalam analisis spasial sangat berpengaruh terhadap hasil penelitian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai AIC model SEM dengan menggunakan pembobot *queen contiguity* sebesar 194,7679 sedangkan nilai AIC model SAR dengan menggunakan pembobot *bishop contiguity* sebesar 211,0294. Berdasarkan nilai AIC tersebut dapat disimpulkan pemodelan terbaik yang didapatkan adalah SEM dengan pembobot *queen contiguity*.

Kata kunci: *bishop contiguity*, *queen contiguity*, SAR, SEM, IPM.

Abstract

Spatial weighting matrix is very important in describing the relationship between one location and another in spatial regression. In this study the authors compared the bishop contiguity weighting matrix in the SAR model and queen contiguity in the SEM model on HDI data on the island of Sulawesi. The variables used are HDI, AHH, HLS and per capita expenditure. The purpose of this research is to know the best model used in modeling the factors that influence HDI on the island of Sulawesi and provide literature that the selection of weighting matrix in spatial analysis is very influential on the results of the study. The research results show that the AIC value of the SEM model using queen contiguity weighting is 194.7679, while the AIC value of the SAR model using bishop contiguity weighting is 211.0294. Based on the AIC value, it can be concluded that the best modeling obtained is SEM with queen contiguity weighting.

Keywords: *bishop contiguity*, *queen contiguity*, SAR, SEM, HDI.

1 Pendahuluan

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan indikator komposit untuk mengukur capaian pembangunan kualitas hidup manusia. IPM terbentuk dari rata-rata skor capaian tiga dimensi utama pembangunan manusia, yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup saat lahir. Dimensi umur panjang dan hidup sehat diukur dengan umur harapan hidup saat lahir. Dimensi pengetahuan diukur dengan rata-rata lama sekolah penduduk berusia 25 tahun ke atas dan harapan lama sekolah penduduk yang berumur 7 tahun. Sementara itu, dimensi standar hidup layak diukur dengan pengeluaran riil per kapita yang disesuaikan BPS [1]. Pulau Sulawesi merupakan salah satu wilayah di Indonesia yang memiliki angka IPM terendah kedua setelah Papua, dari tahun 2011 hingga 2018. Hal ini menjadi alasan untuk mendapatkan perhatian lebih dalam rangka meningkatkan pembangunan kualitas hidup di wilayah tersebut Akolo [2]. Pada studi kasus IPM memiliki efek spasial berupa ketergantungan spasial. Efek spasial ini diartikan bahwa nilai IPM suatu lokasi mempunyai pengaruh terhadap lokasi tetangganya atau lokasi yang berdekatan Tumanggor dan Simamora [3]. Oleh karena itu dapat dikatakan IPM termasuk dalam kategori data spasial.

Data spasial didefinisikan sebagai ukuran yang memberikan gambaran informasi lokasi atau wilayah. Seringkali data spasial di suatu lokasi atau wilayah yang diamati bergantung pada pengamatan di lokasi atau wilayah tetangganya Arif dkk [4]. Analisis faktor-faktor yang mempengaruhi IPM sering kali dilakukan menggunakan metode regresi linier klasik. Namun, apabila mempertimbangkan faktor wilayah dan keterkaitan spasial antar lokasi, analisis regresi spasial dianggap lebih tepat. IPM di wilayah ini menunjukkan adanya efek spasial, di mana nilai IPM di suatu lokasi memengaruhi nilai di lokasi sekitarnya Tumanggor dan Simamora [3]. Regresi spasial memungkinkan adanya penambahan unsur spasial dalam analisis sosial ekonomi untuk mengatasi ketergantungan spasial antar wilayah Anselin [5].

Metode *Spatial Autoregressive Model* (SAR) dan *Spatial Error Model* (SEM) adalah dua pendekatan yang sering digunakan untuk menangani ketergantungan spasial dalam analisis IPM. SAR merupakan metode regresi spasial dengan pendekatan area yang mempertimbangkan efek spasial *lag* yang ada pada variabel dependen pada suatu lokasi dengan lokasi lainnya yang berdekatan sedangkan SEM merupakan metode regresi spasial yang memperhitungkan efek spasial *error* pada variabel dependen. Kedua model ini dapat membantu meningkatkan akurasi dan interpretasi dalam analisis data spasial dengan mempertimbangkan hubungan antar lokasi Akolo [2]. SAR memodelkan hubungan antar unit spasial dengan memasukkan variabel dependen dari area tetangga sebagai prediktor dalam model. Dengan kata lain, SAR cocok untuk kasus di mana nilai variabel dependen dipengaruhi oleh nilai variabel dependen pada unit spasial di sekitarnya sedangkan SEM lebih berfokus pada pengaruh autokorelasi yang berada pada term error atau residual, bukan pada variabel dependen. Model ini sesuai ketika sumber autokorelasi berasal dari faktor eksternal yang mempengaruhi variabel dependen secara tidak langsung Anselin [5]. Dalam regresi spasial Matriks pembobot sangat penting dalam memberikan gambaran hubungan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya. *Bishop contiguity* merupakan matriks pembobot yang konsep ketetanggaan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya jika bersinggungan sudut. Sedangkan *queen contiguity* merupakan matriks pembobot yang konsep ketetanggaan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya jika bersinggungan sisi atau sudut.

Beberapa penelitian terkait analisis regresi spasial antara lain penelitian yang dilakukan oleh Novitasari dan Khikmah tentang Penerapan Model Regresi Spasial pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Tengah yang berdasarkan nilai AIC menghasilkan model *Spatial Autoregressive Model* (SAR) merupakan model terbaik daripada model *Spatial Error Model* (SEM) serta pembobot *Queen Contiguity* merupakan pembobot terbaik daripada pembobot lainnya [6]. Selanjutnya penelitian yang dilakukan Utami, dkk yang membahas tentang Perbandingan Beberapa Matriks Pembobot Dalam *Spatial Error Model* pada data IPM Pulau Kalimantan Tahun 2020,

dalam penelitian ini pembobot terbaik yang dihasilkan adalah *Rook Contiguity* sedangkan untuk pembobot *Bishop Contiguity* tidak dapat diterapkan dikarenakan sedikitnya jumlah persinggungan sudut di wilayah tersebut [7]. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Akolo yang membahas tentang Perbandingan Matriks Pembobot *Rook* dan *Queen contiguity* dalam analisis *Spatial Autoregressive Model (SAR)* dan *Spatial Error Model (SEM)* yang menghasilkan bobot terbaik berdasarkan AIC pada model SAR dan SEM yakni bobot queen contiguity sedangkan model terbaik dalam penelitian ini adalah model SEM [2].

Berdasarkan beberapa uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan model terbaik antara SAR dan SEM menggunakan pembobot *Bishop* dan *Queen Contiguity* dalam memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Pulau Sulawesi pada tahun 2022, berdasarkan data kabupaten/kota.

2 Tinjauan Pustaka

2.1 Uji Korelasi

Uji korelasi digunakan dalam menentukan kuatnya suatu variabel berkorelasi dengan variabel yang lain tanpa mempertanyakan apakah ada ketergantungan antara kedua variabel tersebut Jabnabillah [8].

H_0 : tidak terdapat korelasi variabel X terhadap variabel Y

H_1 : terdapat korelasi variabel X terhadap variabel Y

dengan statistik uji yang digunakan yaitu.

$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2(Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (1)$$

dengan X_i dan Y_i adalah nilai masing-masing dari setiap variabel dan \bar{X} dan \bar{Y} adalah rata-rata dari tiap variabel. Tolak H_0 jika $p - \text{value} < \alpha$.

2.2 Estimasi Parameter Model

Estimasi parameter model menggunakan Regresi Linier Berganda. Menurut Mustika [9] regresi linier berganda merupakan analisis yang memuat lebih dari satu variabel prediktor dan bertujuan untuk mengukur hubungan antara dua variabel atau lebih. Persamaan umum dari regresi linier berganda yaitu:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (2)$$

Keterangan :

Y_i : variabel dependen

X_{ik} : variabel independen

β : parameter

ε_i : sisaan

i : 1,2,...,n (ukuran sampel)

k : banyaknya variabel independen

Dalam melihat estimasi Parameter Model menggunakan Uji Parsial dan Uji Simultan. Uji Parsial (Uji t) bertujuan untuk melihat secara individu pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen Alamsyah [10]. Hipotesis Uji parsial adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0$$

Dengan kriteria pengujian adalah Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > |t_{tabel(\frac{\alpha}{2}, n-k)}|$ yang berarti secara parsial variabel X berpengaruh terhadap variabel Y .

Sedangkan Uji Simultan (Uji F) bertujuan untuk mengetahui pengaruh secara keseluruhan variabel independen terhadap variabel dependen Alamsyah [10]. Berikut Hipotesis Uji F.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_n = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0 \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, n$$

Dengan kriteria pengujian adalah Tolak H_0 jika $|F_{hitung}| > |F_{tabel}|$ yang berarti secara simultan variabel X berpengaruh terhadap variabel Y .

2.3 Lagrange Multiplier (LM)

Uji LM berguna dalam menentukan model mempunyai pengaruh spasial atau tidak, serta mengetahui jenis ketergantungan spasialnya (*lag* atau *error*) Santoso [11]. Selanjutnya Permana [12] menambahkan bahwa pengujian ini dilakukan dengan tujuan untuk melihat analisis regresi spasial yang sesuai untuk digunakan.

Pengujian LM pada *lag* dan *error* untuk variabel dependen menggunakan persamaan sebagai berikut Permana [12]:

$$LM_\delta = \frac{\left[\frac{e'(I_T W)Y}{\hat{\sigma}^2} \right]^2}{J} \quad (3)$$

$$LM_\rho = \frac{\left[\frac{e'(I_T W)Y}{\hat{\sigma}^2} \right]^2}{T \times T_W} \quad (4)$$

Keterangan :

I_T : matriks identitas

e : residual model regresi

J : $\frac{1}{\hat{\sigma}^2} \left[\left((I_T W)X\hat{\beta} \right)' (I_{NT} - X(X'X)^{-1}X') (I_T W)X\hat{\beta} + TT_W\hat{\sigma}^2 \right]$

T_W : $T_W = tr(WW + W'W)$, dengan "tr" sebagai trace matriks

Hipotesis pada pengujian dependensi spasial pada *lag* yaitu:

$H_0 : \delta \neq 0$ (adanya ketergantungan spasial).

$H_1 : \delta = 0$ (tidak adanya ketergantungan spasial)

Terima H_0 jika $p - value < \alpha$.

Hipotesis pada pengujian dependensi spasial pada *error* yaitu:

$H_0 : \rho \neq 0$ (adanya ketergantungan spasial).

$H_1 : \rho = 0$ (tidak adanya ketergantungan spasial)

Terima H_0 jika $p - value < \alpha$.

2.4 Analisis Regresi Spasial

Analisis regresi spasial ialah model regresi yang berguna dalam memodelkan jenis data spasial ataupun yang memiliki efek spasial. Umumnya persamaan regresi spasial dituliskan dengan LeSage [13]:

$$y = \rho W y + X\beta + u \quad (5)$$

$$u = \lambda W u + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$$

Keterangan :

- y : vektor variabel dependen berukuran $n \times 1$
- ρ : koefisien spasial lag dari variabel dependen
- W : Matriks pembobot spasial $n \times n$
- X : Matriks variabel independen berukuran $n \times (p+1)$
- β : vektor koefisien regresi berukuran $(p+1) \times 1$
- λ : koefisien spasial *error*
- u : vektor *error* yang mempunyai efek spasial dengan ukuran $n \times 1$
- ε : vektor *error* dengan ukuran $n \times 1$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \vdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \vdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \vdots & x_{np} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}, \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

Dari persamaan regresi spasial diatas dapat diturunkan beberapa persamaan lain yaitu :

1. *Spatial Autoregressive Model*

SAR terjadi apabila $\rho \neq 0$ dan $\lambda = 0$. SAR adalah analisis berdasarkan pendekatan area yang mempertimbangkan efek spasial *lag* yang ada pada variabel dependen. Pada variabel dependen suatu lokasi terdapat spasial *lag* jika nilai pengamatan pada lokasi tersebut berkorelasi dengan nilai pengamatan variabel dependen di lokasi lainnya Tumanggor [3]. Dengan model sebagai berikut :

$$y = \rho Wy + X\beta + \varepsilon \quad (7)$$

Keterangan :

- y : vektor variabel dependen berukuran $n \times 1$
- ρ : koefisien spasial lag dari variabel dependen
- W : Matriks pembobot spasial $n \times n$
- X : Matriks variabel independen berukuran $n \times (p+1)$
- β : vektor koefisien regresi berukuran $(p+1) \times 1$
- ε : vektor *error* dengan ukuran $n \times 1$

2. *Spatial Error Model*

SEM terjadi apabila $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$. SEM merupakan analisis spasial yang muncul karena terdapat ketergantungan *error* suatu wilayah dengan wilayah lain Tarigan [14] Mustika [9]. Menurut [3] SEM merupakan model spasial yang terjadi ketika *error* pada suatu wilayah berkorelasi dengan *error* wilayah tetangganya atau adanya korelasi spasial antar *error* dengan model sebagai berikut :

$$y = X\beta + u, u = \lambda Wu + \varepsilon \quad (8)$$

Keterangan :

- y : vektor variabel dependen berukuran $n \times 1$
 W : Matriks pembobot spasial $n \times n$
 X : Matriks variabel independen berukuran $n \times (p+1)$
 β : vektor koefisien regresi berukuran $(p+1) \times 1$
 λ : koefisien spasial *error*
 u : vektor *error* yang mempunyai efek spasial dengan ukuran $n \times 1$
 ε : vektor *error* dengan ukuran $n \times 1$

2.5 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas berguna dalam menentukan variabel independen pada model regresi mempunyai korelasi atau hubungan linier. Menurut Montgomery [15], multikolinieritas merupakan masalah serius yang dapat mempengaruhi kegunaan model.

Multikolinieritas dideteksi dengan melihat nilai *Varians Inflation Factor* (VIF). Hipotesis uji multikolinieritas adalah :

H_0 : tidak terindikasi adanya multikolinieritas pada data.

H_1 : terindikasi adanya multikolinieritas pada data

Persamaan uji multikolinieritas sebagai berikut Gujarati [16] :

$$VIF_j = \frac{1}{(1 - R_j^2)}; j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

dengan R_j^2 adalah koefisien determinasi variabel ke- j . Tolak H_0 jika nilai VIF > 10 Gujarati [16].

2.6 Uji Asumsi Residual

1. Uji Normalitas

Uji ini berfungsi melihat apakah persebaran data normal. Pengujian ini menggunakan uji *Shapiro-Wilk* karena uji ini memiliki tingkat konsistensi yang lebih tinggi daripada *Kolmogorov-Smirnov* dan *Anderson-Darling* Sintia [17]. Hipotesis uji yang digunakan yaitu:

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data tidak berdistribusi normal

Dengan persamaan sebagai berikut:

$$SW = \frac{1}{D} \left[\sum_{i=1}^p \alpha_i (X_{n-i+1} - X_i) \right]^2; i = 1, 2, 3, \dots, p \quad (10)$$

Keterangan :

α : *Coefficient test Shapiro-Wilk*

p : $\frac{(n+1)}{2}$ untuk n ganjil dan $\frac{(n)}{2}$ untuk n lainnya

Nilai D diperoleh dari persamaan berikut Sintia [17]:

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

Terima H_0 jika nilai $p - value \geq \alpha$.

2. Uji Homogenitas

Menurut Akolo [18], uji homogenitas berguna dalam penentuan residual pada model regresi memiliki kemiripan varians atau tidak. Uji homogenitas ini menggunakan Uji Glesjer. Hipotesis pada uji ini adalah Gujarati [16]:

H_0 : mengalami homogenitas

H_1 : tidak mengalami homogenitas

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut Gujarati [16]:

$$|\hat{u}_i| = \sqrt{\beta_0 + \beta_i X_i} + v_i \quad (12)$$

Keterangan :

i : banyak pengamatan ; $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$|\hat{u}_i|$: nilai *absolut residual* ke- i

v_i : unsur galat ke- i .

Terima H_0 jika $p\text{-value} > \alpha$.

2.7 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial adalah matriks yang memberikan gambaran terkait hubungan antar lokasi yang dihasilkan pada jarak atau ketetanggaan. Dalam konsep ketetanggaan, komponen pada matriks pembobot spasial direpresentasikan dalam bentuk persinggungan atau perbatasan.

1. *Queen Contiguity*

Queen Contiguity yaitu suatu wilayah atau lokasi dikatakan bertetangga dengan lokasi atau wilayah lainnya jika keduanya bersinggungan sisi dan sudut.

2. *Bishop Contiguity*

Bishop Contiguity yaitu suatu lokasi atau wilayah dikatakan bertetangga dengan lokasi atau wilayah lainnya apabila keduanya bersinggungan sudut.

2.8 Akaike Info Criterion (AIC)

AIC berfungsi dalam menentukan metode yang terbaik diantara metode-metode yang digunakan. Metode terbaik adalah metode yang mempunyai nilai AIC paling kecil. Berikut adalah persamaan dari AIC Novitasari [6] :

$$AIC = -2\log L + 2p \quad (13)$$

dengan p merupakan jumlah parameter model serta L merupakan nilai maksimum *Likelihood* berdasarkan estimasi model.

3 Metode Penelitian

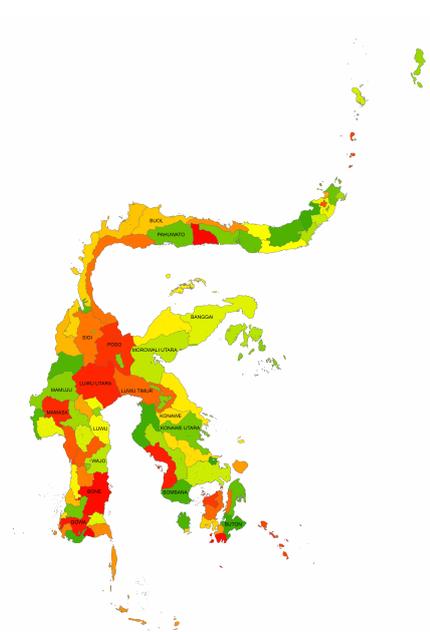
Penelitian ini menggunakan data IPM Kabupaten/Kota dan faktor yang mempengaruhi di Pulau Sulawesi tahun 2022 oleh Badan Pusat Statistik. Variabel dependen yang digunakan yakni Indeks Pembangunan Manusia (Y) Variabel independen yang digunakan yaitu Angka Harapan Hidup (X_1), Harapan Lama Sekolah (X_2), dan Pengeluaran Per kapita (X_3). Dengan Tahapan Analisis sebagai berikut:

1. Menyiapkan dan mendeskripsikan data
2. Melakukan uji korelasi dalam melihat hubungan tiap variabel independen terhadap variabel dependen.
3. Melakukan uji estimasi parameter model menggunakan regresi linier berganda untuk melihat tingkat signifikansi variabel independen terhadap variabel dependen.
4. Melakukan uji multikolinearitas berdasarkan nilai VIF.
5. Melakukan pengujian asumsi Normalitas dan Homogenitas untuk mengetahui apakah residual berdistribusi normal dan bersifat homogen.
6. Menyusun matriks pembobot *Queen* dan *Bishop Contiguity*
7. Melakukan Uji *Lagrange Multiplier* untuk melihat jenis ketergantungan spasial pada data.
8. Melakukan Estimasi parameter SAR dengan pembobot *Bishop Contiguity* dan estimasi parameter SEM dengan pembobot *Queen Contiguity*.
9. Menentukan model terbaik berdasarkan nilai *Akaike Info Criterion*.

4 Hasil dan Pembahasan

4.1 Deskriptif Data

Deskripsi Data berguna dalam melihat karakteristik pada variabel yang digunakan. Variabel dalam penelitian ini terdiri dari IPM sebagai variabel dependen (Y), dengan variabel independen meliputi Angka Harapan Hidup (X_1), Harapan Lama Sekolah (X_2) dan Pengeluaran Perkapita (X_3) dari 81 Kabupaten/Kota di Pulau Sulawesi.



Gambar 1: Ilustrasi Peta Kabupaten/Kota di Pulau Sulawesi

Berikut adalah deskripsi variabel yang digunakan.

Tabel 1: Deskripsi Data

Var.	N	Mean	Median	Min	Max
Y	81	70,53506	69,7	64,79	84,51
X ₁	81	69,45198	70,15	62,16	73,93
X ₂	81	13,17407	13,03	11,61	16,9
X ₃	81	10323,14	9850	7192	17406

Pada Tabel 1 diatas menunjukkan bahwa nilai IPM (Y) di pulau Sulawesi dengan nilai rata-rata 70,53506, dengan nilai tengah 69,7, nilai yang terendah yaitu 64,79 dan nilai yang tertinggi yaitu 84,51. AHH (X₁) dengan nilai rata-rata 69,45198, dengan nilai tengah 70,15, nilai yang terendah yaitu 62,16 dan nilai yang tertinggi yaitu 73,93. HLS (X₂) dengan nilai rata-rata 13,17407, dengan nilai tengah 13,02, nilai yang terendah yaitu 11,61 dan nilai yang tertinggi yaitu 16,9. Pengeluaran Perkapita (X₃) dengan nilai rata-rata 10323,14, dengan nilai tengah 9850, nilai yang terendah yaitu 7192 dan nilai yang tertinggi yaitu 17406.

4.2 Uji Korelasi

Uji Korelasi *pearson* digunakan untuk melihat apakah tiap variabel independen mempunyai hubungan terhadap variabel dependen.

Tabel 2: Hasil Pengujian Korelasi *Pearson*

Variabel	<i>t</i> _{hitung}	<i>p</i> -value	<i>Correlation</i>	Keputusan
X ₁	8,1046	5,41 x 10 ⁻¹²	0,6738634	Terdapat Korelasi
X ₂	10,847	2,2 x 10 ⁻¹⁶	0,7734836	Terdapat Korelasi
X ₃	14,041	2,2 x 10 ⁻¹⁶	0,8449463	Terdapat Korelasi

Berdasarkan diatas hasil pengujian korelasi *Pearson* diperoleh nilai *p*-value untuk variabel X₁, X₂, dan X₃ bernilai < α (0,05). Yang artinya terdapat korelasi antara variabel X₁, X₂ dan X₃ terhadap variabel Y.

4.3 Uji Parameter Model

Pengujian ini bertujuan untuk mengidentifikasi variabel independen yang berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

Tabel 3: Hasil Estimasi Parameter Model

Variabel	Estimate	Std.Error	<i>t</i> _{hitung}	<i>p</i> -value	Keputusan
<i>Intercept</i>	-5,075e+00	3,111e+00	-1,631	0,107	
X ₁	6,239e-01	4,790e-02	13,025	2 x 10 ⁻¹⁶	Signifikan
X ₂	1,572e+00	1,345e-01	11,687	2 x 10 ⁻¹⁶	Signifikan
X ₃	1,121e-03	6,017e-05	18,628	2 x 10 ⁻¹⁶	Signifikan

Berdasarkan tabel diatas hasil estimasi parameter model didapatkan nilai *p*-value untuk variabel X₁, X₂ dan X₃ bernilai < α (0,05), yang menunjukkan adanya pengaruh Variabel Independen terhadap Variabel Dependen. Secara Parsial berdasarkan $|t_{hitung}|$ untuk variabel X₁, X₂ dan X₃ bernilai > dari $t_{tabel(t_{\frac{\alpha}{2}}, n-k)}$ (2,375), yang artinya secara parsial Variabel Independen berpengaruh terhadap Variabel Dependen. Secara Simultan berdasarkan F_{hitung} (552,6) bernilai > dari F_{tabel} (2,72), yang artinya secara simultan Variabel Independen berpengaruh terhadap Variabel Dependen.

4.4 Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas berguna dalam menentukan adanya multikolinearitas berdasarkan pada nilai VIF dari masing-masing variabel.

Tabel 4: Hasil Pengujian Multikolinearitas

Variabel	VIF
X_1	1,229552
X_2	1,515239
X_3	1,448252

Berdasarkan diatas hasil pengujian multikolinearitas menghasilkan nilai VIF setiap variabel X_1 , X_2 dan $X_3 < 10$. Artinya, seluruh variabel tersebut tidak terindikasi adanya multikolinearitas.

4.5 Uji Asumsi Klasik

Uji asumsi klasik berguna dalam menguatkan penelitian adalah benar serta data yang digunakan tidak berubah dan estimasi koefisien regresinya tepat Gujarati [16]. Uji asumsi klasik yang digunakan yaitu uji normalitas dan uji homogenitas.

1. Uji Normalitas

Uji ini berfungsi untuk mengidentifikasi residual pada model regresi berdistribusi normal. Dalam melakukan analisis secara statistik digunakan uji *Shapiro-Wilk*. Berdasarkan hasil pengujian didapatkan nilai $W = 0,89849$ dan $p\text{-value} 0,1275$. Dengan nilai signifikansi sebesar 0,05. Maka hal ini menunjukkan residual berdistribusi normal.

2. Uji Homogenitas

Pada uji homogenitas, digunakan uji *Glejser* untuk melihat kesamaan varians residual antar variabel. Berikut hasil pengujian homogenitas.

Tabel 5: Hasil Uji Homogenitas

variabel	$p\text{-value}$
X_1	0,266
X_2	0,304
X_3	0,929

Berdasarkan hasil pengujian homogenitas didapatkan nilai $p\text{-value}$ seluruh variabel bernilai $> \alpha$. Dengan nilai signifikansi sebesar 0,05, sehingga hl ini menunjukkan variabel bersifat homogenitas.

4.6 Pembentukan Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial adalah matriks yang memberikan gambaran terkait hubungan antar lokasi yang dihasilkan pada jarak atau ketetanggaan. Dalam konsep ketetanggaan, komponen pada matriks pembobot di representasikan dalam bentuk persinggungan atau perbatasan Ariesta [19]. Pemilihan matriks *queen* atau *bishop* bergantung pada seberapa luas efek spasial diharapkan terjadi. Matriks *queen* lebih cocok untuk efek spasial yang meluas ke beberapa wilayah sekitar, sedangkan matriks *bishop* lebih sesuai jika kita fokus pada efek lokal yang lebih terbatas.

Wilayah 9	Wilayah 8	Wilayah 7
Wilayah 2	Wilayah 1	Wilayah 6
Wilayah 3	Wilayah 4	Wilayah 5

Gambar 2: Ilustrasi Pembentukan Matriks Pembobot

Gambar 2 merupakan ilustrasi pembentukan matriks pembobot yang menggunakan 9 wilayah sebagai contoh lokasi. Jika berdasarkan pembobot *Queen Contiguity* (persinggungan sisi-sudut) maka wilayah 1 mempunyai 8 tetangga yaitu wilayah 2,3,4,5,6,7,8,9. Sedangkan jika berdasarkan *Bishop Contiguity* (persinggungan sudut) maka wilayah 1 mempunyai 4 tetangga yaitu wilayah 3,5,7,9. Dari kedua matriks pembobot tersebut diharapkan mampu memberikan gambaran efek spasial pada wilayah penelitian. Langkah pertama pembentukan matriks pembobot spasial berdasarkan perhitungan **W**. Untuk elemen bernilai 1 jika wilayah *i* dan *j* bersinggungan, sedangkan elemen bernilai 0 jika wilayah *i* dan *j* tidak bersinggungan. Langkah selanjutnya matriks pembobot **W** distandarisasi dengan membagi nilai matriks pada baris ke-*i* kolom ke-*j* dengan jumlah nilai matriks pada baris ke-*i*. Untuk matriks *Queen Contiguity* yang telah distandarisasi diberi nama W_{queen} untuk matriks *Bishop Contiguity* yang telah distandarisasi diberi nama W_{bishop} . Hasil pembobotan matriks dari 81 Kabupaten/Kota di pulau Sulawesi dengan melihat ketetanggan dari masing-masing Kabupaten/Kota yang telah distandarisasi diperoleh sebagai berikut.

$$W_{queen} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0,33333 & \dots & 0 \\ 0 & 0,33333 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0,25 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$W_{bishop} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0,5 & \dots & 0 \\ \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

4.7 Uji Langrange Multiplier

Uji *langrange multiplier* bertujuan untuk melihat ketergantungan spasial. Ketergantungan spasial yang dimaksud adalah ketergantungan *lag* dan *error*. Pengujian ini juga bertujuan melihat analisis regresi spasial yang sesuai untuk digunakan Permana [12]. Berikut adalah hasil pengujian *Langrange Multiplier*.

Tabel 6: Hasil Uji *Lagrange Multiplier*

	<i>Queen</i>	<i>Bishop</i>
LM_{lag}	0,7081	0,0008922
LM_{err}	$8,739 \times 10^{-10}$	0,1048

Dari hasil pengujian menggunakan pembobot *Queen Contiguity* didapatkan nilai p-value untuk LM_{lag} sebesar 0,7081 dan LM_{err} sebesar $8,739 \times 10^{-10}$. Dengan nilai signifikansi 0,05, sehingga keputusan yang dihasilkan ialah terima H_0 untuk LM_{err} , sedangkan untuk LM_{lag} adalah tolak H_0 . Yang berarti adanya ketergantungan spasial *error* dan tidak adanya ketergantungan spasial *lag* jika menggunakan matriks pembobot *Queen Contiguity*. Sedangkan hasil pengujian menggunakan pembobot *Bishop Contiguity* didapatkan *p-value* untuk LM_{lag} 0,0008922 dan LM_{err} 0,1048. Dengan nilai α 0,05, sehingga menghasilkan keputusan terima H_0 untuk LM_{lag} , sedangkan untuk LM_{err} adalah tolak H_0 . Yang berarti adanya ketergantungan spasial *lag* dan tidak adanya ketergantungan spasial *error*.

4.8 Estimasi Parameter Model *Spatial Autoregressive Model*

Analisis SAR adalah model spasial yang mempertimbangkan efek spasial *lag* pada variabel dependen. Berdasarkan uji *LM* diatas, estimasi model SAR hanya dapat menggunakan pembobot *Bishop Contiguity*. Berikut hasil estimasi parameter SAR.

Tabel 7: Hasil Estimasi Parameter SAR menggunakan *Bishop Contiguity*

Variabel	Coefficients
Intercept	-4,861678017
X_1	0,612984716
X_2	1,593248079
X_3	0,001162359
ρ	-0,010945310

Persamaan model SAR dengan pembobot *Bishop Contiguity* yang dihasilkan sebagai berikut:

$$y = -0,010945310Wy + 0,612984716X_1 + 1,593248079X_2 + 0,001162359X_3 + \varepsilon \quad (16)$$

Berdasarkan tabel hasil estimasi SAR menggunakan *Bishop Contiguity* dan persamaan yang terbentuk, AHH mempunyai koefisien sebesar 0,612984716. HLS berkorelasi positif dan berpengaruh signifikan terhadap IPM, sehingga jika faktor lain dianggap tetap, dan HLS di salah satu kabupaten/kota mengalami kenaikan sebesar 1 satuan maka akan menaikkan IPM 1,593248079. Sedangkan jika salah satu kabupaten/kota mengalami kenaikan pengeluaran perkapita sebesar seribu rupiah dan faktor lain dianggap tetap, maka akan menaikkan IPM sebesar 0,001162359 satuan. Berdasarkan model spasial *lag* yang terbentuk, koefisien *rho* (ρ) mempunyai tanda negatif sebesar 0,010945310. Artinya ada keterkaitan negatif IPM antar wilayah, jika wilayah ke-*j* tertangga dari wilayah ke-*i* mengalami peningkatan IPM maka akan menurunkan IPM pada wilayah ke-*i* sebesar 0,010945310.

4.9 Estimasi Parameter Model *Spatial Error Model*

Analisis SEM adalah model regresi spasial yang memperhitungkan ketergantungan *error* suatu lokasi dengan lokasi lain pada variabel dependen. Berdasarkan uji *LM* diatas, estimasi SEM hanya dapat menggunakan *Queen Contiguity*. Berikut adalah hasil estimasi SEM.

Tabel 8: Hasil Estimasi Parameter SEM menggunakan *Queen Contiguity*

Variabel	Coefficients
Intercept	-0,5301842699
X_1	0,596415903
X_2	1,7357522010
X_3	0,001126634
λ	0,584215077

Persamaan model SEM dengan pembobot *Queen Contiguity* yang dihasilkan sebagai berikut

$$y = 0,584215077W_u + 0,596415903X_1 + 1,7357522010X_2 + 0,001126634X_3 + \varepsilon \tag{17}$$

Berdasarkan tabel hasil estimasi parameter SEM menggunakan *Queen Contiguity* dan persamaan yang terbentuk, AHH mempunyai koefisien sebesar 0,596415903. HLS mempunyai korelasi positif dan berpengaruh signifikan terhadap IPM, sehingga jika faktor lainnya dianggap tetap, dan nilai HLS di salah satu kabupaten/kota mengalami kenaikan sebesar satu satuan maka akan menaikkan IPM sebesar 1,7357522010. Sedangkan apabila pengeluaran perkapita naik sebesar seribu rupiah dan faktor lain diasumsikan tetap, maka akan menaikkan IPM sebesar 0,001126634 satuan. Untuk koefisien *lamda* (λ) memiliki tanda positif senilai 0,584215077. Artinya ada keterkaitan IPM antar wilayah, jika wilayah ke-*j* tertangga dari wilayah ke-*i* mengalami kenaikan IPM maka akan menaikkan IPM pada wilayah ke-*i* sebesar 0,584215077.

4.10 Perbandingan Akurasi Model

Perbandingan akurasi Model SAR dan SEM untuk tiap pembobot *Bishop* dan *Queen Contiguity* dilakukan dengan melihat nilai *Akaike Info Criterion* (AIC). AIC sendiri merupakan model yang optimal dari segi kompleksitas dan kemampuan menangkap pola data, khususnya dalam analisis statistik atau spasial, sehingga dalam perbandingan akurasi model menggunakan AIC daripada model yang lain. Berikut adalah hasil perbandingan akurasi model.

Tabel 9: Hasil Akurasi SAR dan SEM menggunakan Pembobot

Model	Pembobot	AIC
SAR	Bishop	211,0294
SEM	Queen	194,7679

Berdasarkan tabel hasil akurasi model SAR dan SEM menggunakan pembobot diatas, nilai AIC untuk Model SAR menggunakan pembobot *Bishop* sebesar 211,0294 sedangkan untuk Model SEM menggunakan pembobot *Queen* sebesar 194,7679. Hal ini menunjukkan bahwa SEM menggunakan pembobot *Queen* memiliki AIC lebih kecil dibandingkan dengan SAR menggunakan pembobot *Bishop*. Dengan demikian Model *Spatial Error Model* menggunakan pembobot *Queen Contiguity* merupakan model yang terbaik.

5 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan di atas, kesimpulan yang dapat diambil adalah:

1. Model regresi SAR dengan Matriks Pembobot

Model persamaan SAR menggunakan matriks pembobot *Bishop Contiguity* yang dihasilkan pada data Indeks Pembangunan Manusia di pulau Sulawesi adalah sebagai berikut :

$$y = -0,010945310Wy + 0,612984716X_1 + 1,593248079X_2 + 0,001162359X_3 + \varepsilon$$

2. Model regresi SEM dengan Matriks Pembobot

Model persamaan SEM menggunakan matriks pembobot *Queen Contiguity* yang dihasilkan pada data Indeks Pembangunan Manusia di pulau Sulawesi adalah sebagai berikut :

$$y = 0,584215077Wu + 0,596415903X_1 + 1,7357522010X_2 + 0,001126634X_3 + \varepsilon$$

3. Pada bagian pemilihan model terbaik, model yang dihasilkan dari metode analisis regresi spasial dengan pembobot matriks spasial didapatkan bahwa model SEM menggunakan pembobot *Queen Contiguity* adalah model terbaik dibandingkan dengan model SAR menggunakan pembobot *Bishop Contiguity*. Hal ini terlihat pada nilai *AIC* dari model SEM menggunakan pembobot *Queen Contiguity* lebih kecil dibandingkan dengan model SAR menggunakan pembobot *Bishop Contiguity*.

Daftar Pustaka

- [1] Y. Karyono, E. Tusianti, I. G. N. A. R. Gunawan, A. Nugroho, and A. Clarissa, "Indeks pembangunan manusia 2020," *Badan Pusat Statistik*, 2021.
- [2] I. R. Akolo, "Perbandingan matriks pembobot rook dan queen contiguity dalam analisis spatial autoregressive model (sar) dan spatial error model (sem)," *Jambura Journal of Probability and Statistics*, vol. 3, 2022.
- [3] A. Tumanggor and E. Simamora, "Pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia di sumatera utara menggunakan regresi spasial," *Jurnal Riset Rumpun Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (JURRIMIPA)*, vol. 2, 2023.
- [4] A. Arif, M. A. Tiro, and M. Nusrang, "Perbandingan matriks pembobot spasial optimum dalam spatial error model (sem) (kasus : Indeks pembangunan manusia kabupaten/kota di provinsi sulawesi selatan tahun 2015)," *VARIANSI: Journal of Statistics and Its application on Teaching and Research*, vol. 1, 2019.
- [5] L. Anselin, *Spatial Econometrics : Methods and Models*. Kluwer Academic, 1988.
- [6] D. Novitasari and L. Khikmah, "Penerapan model regresi spasial pada indeks pembangunan manusia (ipm) di jawa tengah," *Statistika : Forum Teori dan Aplikasi Statistika*, vol. 19, pp. 123–134, 2019.

- [7] A. S. Utami and N. Imro'ah, "Perbandingan beberapa matriks pembobot dalam spatial error model pada ipm pulau kalimantan tahun 2020," *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 11, pp. 767–776, 2022.
- [8] F. Jabnabillah and N. Margina, "Analisis korelasi pearson dalam menentukan hubungan antara motivasi belajar dengan kemandirian belajar pada pembelajaran daring," *Jurnal Sintak*, vol. 1, 2022.
- [9] R. Mustika and E. Sulistyawan, "Spatial error model untuk balita gizi buruk di provinsi jawa timur tahun 2016," *J. Ris. Ap. Mat*, vol. 03, pp. 57–63, 2019.
- [10] I. F. Alamsyah, R. Esra, S. Awalia, and D. A. Nohe, "Analisis regresi data panel untuk mengetahui faktor yang memengaruhi jumlah penduduk miskin di kalimantan timur," *Prosiding Seminar Nasional Matematika, Statistika, dan Aplikasinya Terbitan II*, 2022.
- [11] K. N. Santoso, F. Abiyyi, A. Roy, and K. Marselino, "Analisis spasial kemiskinan pada masa pemulihan pandemi covid-19 di jawa barat tahun 2021," *Jurnal Statistika dan Aplikasinya*, vol. 6, 2022.
- [12] P. Permana, "Pemodelan pemodelan spasial kasus balita laki-laki penderita pneumonia di kota bandung," *SATIN - Sains dan Teknologi Informasi*, vol. 7, pp. 64–72, 2021.
- [13] J. LeSage and R. K. Pace, *Introduction to spatial econometrics*. CRC Press, 2009.
- [14] W. S. Tarigan, "Analisis regresi spasial pada indeks pembangunan manusia di provinsi Sumatera utara tahun 2020 (spatial regression analysis on the hdi in north sumatera province in 2020)," *Seminar Nasional Official Statistics*, vol. 1, 2020.
- [15] D. C. Montgomery, E. A. Peck, and G. G. Vining, *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons, 5th ed., 2012.
- [16] D. N. Gujarati, *Basic econometrics*. McGraw Hill, 2003.
- [17] I. Sintia, M. D. Pasarella, and D. A. Nohe, "Perbandingan tingkat konsistensi uji distribusi normalitas pada kasus tingkat pengangguran di jawa," *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya*, vol. 2, 2022.
- [18] I. R. Akolo and A. Nadjamuddin, "Analisis regresi robust estimasi least trimmed square dan estimasi maximum likelihood pada pemodelan ipm di pulau sulawesi," *Euler : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, pp. 211–221, 2022.
- [19] A. L.C.O.W, J. Sodik, and D. Nuryadin, "Determinan ketimpangan distribusi pendapatan kabupaten/kota dan keterkaitan spasial," *SIBATIK JOURNAL: Jurnal Ilmiah Bidang Sosial, Ekonomi, Budaya, Teknologi, dan Pendidikan*, vol. 1, pp. 737–754, 2022.