



PENGUKURAN RISIKO VAR DAN EXPECTED SHORTFALL PADA PREDIKSI HARGA MINYAK MENTAH DENGAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

FEBY SERU^{1*}, BOBI FRANS KUDDI²

¹Prodi Matematika, FMIPA Universitas Cenderawasih ² Prodi Statistika, FMIPA Universitas Cenderawasih

*Corresponding author: febyseru.math@gmail.com

ABSTRAK

Pengukuran risiko terhadap harga komoditas minyak mentah menjadi hal yang sangat penting bagi investor dan pembuat kebijakan, karena minyak mentah memegang peranan penting dalam pertumbuhan ekonomi. Ukuran risiko yang umum digunakan adalah *Value at Risk* (VaR) dan *Expected Shortfall* (ES). Penelitian ini bertujuan untuk menghitung VaR dan ES pada harga komoditas minyak mentah *West Texas Intermediate* (WTI) yang diprediksi menggunakan *Geometric Brownian Motion* (GBM). Langkah-langkah yang dilakukan meliputi: menghitung nilai *return* saham hasil prediksi, melakukan uji normalitas terhadap data *return* saham hasil prediksi, mengestimasi parameter, menghitung nilai VaR dengan menggunakan simulasi Monte Carlo, dan menghitung nilai ES. Hasil penelitian yang diperoleh menunjukkan bahwa nilai VaR pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% adalah 0,02836; 0,03692; 0,05298 dalam jangka waktu satu hari ke depan dan 0,06342, 0,08256, 0,11847 dalam jangka waktu lima hari ke depan. Sedangkan nilai ES pada tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% adalah 0,04212; 0,04937; 0,06356 dalam jangka waktu satu hari ke depan dan 0,09419; 0,11039; 0,14212 dalam jangka waktu lima hari ke depan.

Kata Kunci: Pengukuran Risiko, Minyak Mentah, VaR, ES

ABSTRACT

Measuring the risk of crude oil commodity prices is very important for investors and policy makers, as crude oil plays an important role in economic growth. Commonly used risk measures are Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES). This study aims to calculate VaR and ES on West Texas Intermediate (WTI) crude oil commodity prices predicted using Geometric Brownian Motion (GBM). The steps taken include: calculating the predicted stock return value, conducting a normality test on the predicted stock return data, estimating parameters, calculating the VaR value using Monte Carlo simulation, and calculating the ES value. The results obtained show that the VaR value at the 90%, 95%, and 99% confidence levels is 0.02836; 0.03692; 0.05298 within the next one day and 0.06342, 0.08256, 0.11847 within the next five days. While the ES values at the 90%, 95%, and 99% confidence levels are 0.04212; 0.04937; 0.06356 in the period of one day ahead and 0.09419; 0.11039; 0.14212 in the period of five days ahead.

Keywords: Risk Measurement, Crude Oil, VaR, ES

1 Pendahuluan

Fluktuasi harga minyak mentah berdampak pada pertumbuhan perekonomian baik secara global maupun regional. Hal ini disebabkan karena minyak mentah merupakan bahan baku yang banyak digunakan dalam berbagai produksi industri. Selain itu, minyak mentah juga

memegang peranan penting sebagai aset keuangan, fluktuasi harga minyak yang besar dapat menyebabkan volatilitas yang besar pada pasar keuangan [1]. Oleh karena itu, sangat penting bagi perusahaan, pelaku pasar keuangan, dan pembuat kebijakan untuk memodelkan dan memprediksi harga minyak mentah dengan tepat dan akurat [2].

Pemodelan harga minyak mentah dapat dilakukan dengan menggunakan *Geometric Brownian Motion* (GBM). Model ini juga dapat digunakan untuk memprediksi harga minyak mentah dalam jangka waktu pendek. Penelitian mengenai hal tersebut telah dilakukan oleh Zakia [3] dan Seru et al. [4]. Namun, selain memprediksi harga minyak mentah sangat penting untuk melakukan pengukuran risiko [2]. Pengukuran risiko diperlukan agar investor dapat mengetahui nilai risiko lebih dini.

Risiko adalah tingkat potensi kerugian yang terjadi karena hasil yang diharapkan dari investasi tidak sejalan dengan harapan. Risiko tidak dapat dihindari, namun dapat dimanajemen [5]. Pada manajemen risiko, *Value at Risk* (VaR) dan *Expected Shortfall* (ES) merupakan ukuran risiko yang paling populer digunakan. Interpretasi utama dari nilai pada pengukuran risiko adalah kebutuhan modal yang diperlukan untuk mempersiapkan potensi kerugian yang dihadapi oleh lembaga keuangan [6].

VaR didefinisikan sebagai kerugian maksimum yang akan didapat selama periode waktu tertentu dengan tingkat kepercayaan tertentu [7]. Secara umum VaR didefinisikan sebagai kuantil ekor dari distribusi *return* [8]. Menurut Jorion [7], terdapat tiga metode utama untuk menghitung VaR yaitu metode varian-kovarian, metode simulasi *Monte Carlo* dan metode simulasi historis. Ketiga metode tersebut mempunyai karakteristik dengan kelebihan dan kekurangannya masing-masing. Metode varian-kovarian mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal dan *return* suatu portofolio bersifat linier terhadap *return* aset tunggalnya. Kedua faktor ini menyebabkan estimasi yang lebih rendah terhadap potensi volatilitas (standar deviasi) saham atau portofolio di masa depan. VaR dengan metode simulasi *Monte Carlo* pada suatu portofolio mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal yang disimulasikan dengan menggunakan parameter yang sesuai dan *return* portofolio tidak bersifat linier terhadap *return* saham tunggalnya. VaR dengan simulasi historis adalah metode yang mengenyampingkan asumsi *return* berdistribusi normal maupun sifat linier *return* portofolio terhadap *return* saham tunggalnya [5].

VaR memiliki kelemahan yaitu tidak memperhitungkan besarnya potensi kerugian yang terjadi di luar VaR [9], dan VaR bukan merupakan ukuran risiko yang *subadditive* sehingga tidak koheren [10]. *Subadditive* berarti bahwa ukuran untuk suatu portofolio tidak boleh lebih besar dari jumlah ukuran untuk bagian-bagian penyusun portofolio [11]. Untuk mengatasi hal ini, maka digunakan metode *Expected Shortfall* (ES). ES adalah *return* yang diharapkan dari suatu aset dengan syarat *return* tersebut berada di bawah kuantil tertentu dari distribusinya, yaitu VaR-nya [12]. Dengan kata lain, ES didefinisikan sebagai nilai ekspektasi yang melampaui nilai VaR [8]. Metode ini merupakan ukuran risiko yang koheren dan lebih konsisten serta dapat menangani kerugian ekstrem lebih baik daripada VaR [13]. Koheren membuat ES dapat merefleksikan dengan tepat efek diversifikasi karena diversifikasi (pembagian dana yang dimiliki ke dalam beberapa aset) ditujukan untuk mengurangi risiko [14].

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengukur risiko menggunakan VaR dan ES diberbagai sektor seperti emas, saham, maupun komoditas lainnya. Rahmawati et al. [15] melakukan pengukuran risiko kerugian petani jagung menggunakan ES dengan simulasi Monte Carlo. Sulistiowati et al. [16] melakukan analisis risiko pada harga jual emas dan investasi saham Antam menggunakan ES. Steven et al. [17] melakukan analisis risiko pasar terhadap valuta Asing USD/AMU di perbankan Indonesia menggunakan VaR dan ES.

Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian ini bertujuan untuk mengukur risiko pada harga minyak mentah yang diprediksi menggunakan GBM. Pada penelitian ini, pengukuran

risiko dilakukan menggunakan VaR dengan Monte Carlo dan ES dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, 99% dalam kurun waktu satu hari dan lima hari.

2 Metode Penelitian

Data yang digunakan merupakan data hasil penelitian yang dilakukan oleh Seru dkk [4]. Data tersebut merupakan hasil prediksi harga minyak mentah dunia *West Texas Intermediate* (WTI) dengan metode *Geometrik Brownian Motion* (GBM). Pengukuran risiko dilakukan dengan menggunakan *Value at Risk* (VaR) dengan simulasi Monte Carlo dan *Expected Shortfall* (ES).

Langkah-langkah yang digunakan untuk menghitung VaR dan ES pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menghitung nilai *return* dari data hasil prediksi harga minyak mentah dunia. Perhitungan nilai *return* menggunakan Persamaan 1:

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \quad (1)$$

dengan:

R_t : *Return* pada periode t

S_t : Harga minyak pada periode t

S_{t-1} : Harga minyak pada periode $t - 1$

2. Melakukan uji normalitas dari data *return* hasil prediksi harga minyak mentah dunia menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Pengujian ini dilakukan dengan membandingkan distribusi kumulatif dari distribusi frekuensi data sampel (empiris) dengan distribusi yang dihipotesiskan secara teoritis.

Hipotesis

H_0 : $F(x) = F_0(x)$ (Data berdistribusi normal)

H_1 : $F(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak berdistribusi normal)

Taraf Signifikansi: α , pada penelitian ini digunakan $\alpha = 5\%$

Statistik Uji

$$D = \text{Sup}|F(x) - F_0(x)| \quad (2)$$

dengan,

D : Nilai supremum untuk semua x dari mutlak beda $F(x) - F_0(x)$

$F(x)$: Fungsi distribusi kumulatif dari data sampel

$F_0(x)$: Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal

Kriteria Uji

H_0 ditolak jika $D > D_{tabel}$ (diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov). Jika menggunakan SPSS maka H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha$.

3. Menghitung estimasi parameter μ dan σ menggunakan data sampel, yaitu mean dan standar deviasi dari data *return* hasil prediksi.
4. Melakukan simulasi nilai *return* hasil prediksi dengan cara membangkitkan data acak sebanyak n menggunakan nilai estimasi parameter yang diperoleh pada langkah 3, dan diulang sebanyak m kali sehingga diperoleh distribusi empiris dari data *return* saham hasil prediksi. Secara umum dipilih jumlah $m > n$ sehingga diperoleh nilai VaR yang lebih akurat [18]
5. Menghitung nilai VaR pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ untuk masing-masing simulasi sehingga diperoleh $VaR_1, VaR_2, \dots, VaR_m$. Perhitungan VaR menggunakan persamaan:

$$VaR_{1-\alpha} = \mu + \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma \quad (3)$$

dengan Φ^{-1} merupakan invers dari fungsi distribusi Normal.

6. Menghitung rata-rata VaR yang diperoleh pada langkah 5 dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dan periode t (hari) menggunakan persamaan:

$$VaR_{1-\alpha} = W_0 R^* \sqrt{t} \quad (4)$$

dengan

W_0 : dana investasi awal aset atau portofolio.

R^* : nilai kuantil ke $-\alpha$ dari distribusi *return*.

t : periode waktu.

7. Menghitung nilai ES pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ untuk periode t hari menggunakan persamaan:

$$ES = \left(\mu + \sigma \frac{\phi(\Phi^{-1}(1-\alpha))}{\alpha} \right) \sqrt{t} \quad (5)$$

dengan ϕ merupakan fungsi kepadatan peluang distribusi Normal Standar.

3 Hasil dan Pembahasan

Data yang digunakan pada penelitian ini disajikan pada Tabel 1. Data tersebut merupakan data hasil prediksi harga minyak mentah dunia (dalam USD) menggunakan GBM, periode 19 April hingga 30 Juni 2021.

Tabel 1: Hasil Prediksi Harga Minyak Mentah

No	Tanggal	Hasil Prediksi	<i>Return</i>	No	Tanggal	Hasil Prediksi	<i>Return</i>
1	19/04/2021	64,90	-	28	26/05/2021	68,21	-0,00152
2	20/04/2021	65,49	0,00907	29	27/05/2021	65,16	-0,04574
3	21/04/2021	65,15	-0,00523	30	28/05/2021	66,31	0,01738
4	22/04/2021	63,33	-0,02833	31	30/05/2021	66,01	-0,00447
5	23/04/2021	62,88	-0,00715	32	31/05/2021	66,00	-0,00012
6	26/04/2021	63,33	0,00709	33	01/06/2021	66,45	0,00676
7	27/04/2021	62,32	-0,01598	34	02/06/2021	67,62	0,01739
8	28/04/2021	63,87	0,02454	35	03/06/2021	70,21	0,03764
9	29/04/2021	63,28	-0,00934	36	04/06/2021	68,28	-0,02794
10	30/04/2021	66,68	0,05241	37	07/06/2021	69,32	0,01524
11	03/05/2021	67,03	0,00513	38	08/06/2021	69,27	-0,00072
12	04/05/2021	66,40	-0,00937	39	09/06/2021	67,75	-0,02226
13	05/05/2021	65,99	-0,00629	40	10/06/2021	69,21	0,02128
14	06/05/2021	65,17	-0,01238	41	11/06/2021	71,81	0,03691
15	07/05/2021	66,13	0,01449	42	14/06/2021	72,30	0,00678
16	10/05/2021	67,98	0,02763	43	15/06/2021	72,97	0,00922
17	11/05/2021	67,43	-0,00808	44	16/06/2021	73,29	0,00436
18	12/05/2021	67,43	0,00002	45	17/06/2021	72,57	-0,00978
19	13/05/2021	66,03	-0,02102	46	18/06/2021	71,86	-0,00988
20	14/05/2021	65,27	-0,01153	47	21/06/2021	72,19	0,00466
21	17/05/2021	66,62	0,02036	48	22/06/2021	73,36	0,01596
22	18/05/2021	66,24	-0,00569	49	23/06/2021	72,89	-0,00637
23	19/05/2021	63,85	-0,03669	50	24/06/2021	74,99	0,02843
24	20/05/2021	63,23	-0,00986	51	25/06/2021	76,78	0,02361

25	21/05/2021	62,72	-0,00800	52	28/06/2021	74,18	-0,03444
26	24/05/2021	64,71	0,03119	53	29/06/2021	68,98	-0,07278
27	25/05/2021	68,32	0,05429	54	30/06/2021	67,68	-0,01895

Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai terendah pada hasil prediksi berada pada periode 27 April 2021 sebesar 62,32 dan nilai tertinggi berada pada periode 25 Juni 2021 yaitu sebesar 76,78. *Return* hasil prediksi harga minyak pada Tabel 1 diperoleh menggunakan Persamaan 1.

Selanjutnya dilakukan pengujian normalitas menggunakan Komogorov-Smirnov dengan *software* SPSS, dan diperoleh $P - Value = 0,2 > \alpha = 0,05$. Hal ini menunjukkan bahwa data hasil prediksi harga minyak mentah berdistribusi Normal, sehingga perhitungan ukuran risiko pada Tabel 1 dapat dilakukan.

Pengukuran risiko pada penelitian ini menggunakan *VaR* dengan simulasi Monte Carlo dan ES untuk tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99%. Pada perhitungan risiko menggunakan *VaR* dengan simulasi Monte Carlo, dibangkitkan data acak berdistribusi Normal dengan parameter $\hat{\mu} = 0,00079$ dan $\hat{\sigma} = 0,02355$ sebanyak 500 dengan 1000 kali iterasi. Selanjutnya dilakukan perhitungan *VaR* dengan menggunakan Persamaan 3 untuk setiap iterasi, sehingga diperoleh 1000 nilai *VaR* yang berbeda. Perbedaan nilai *VaR* ini disebabkan karena adanya data acak. Agar nilai *VaR* yang diperoleh konsisten, maka diambil rata-rata dari 1000 nilai *VaR* tersebut untuk masing-masing tingkat kepercayaan sehingga diperoleh rata-rata nilai *VaR* pada Tabel 2:

Tabel 2: Nilai *VaR*

Tingkat Kepercayaan	<i>VaR</i>	
	1 hari	5 hari
90%	-0,02836	-0,06342
95%	-0,03692	-0,08256
99%	-0,05298	-0,11847

Pada Tabel 2, perhitungan *VaR* dilakukan menggunakan selang kepercayaan 90%, 95%, dan 99% untuk jangka waktu 1 dan 5 hari. Tanda negatif pada nilai *VaR* menyatakan kerugian yang dialami. Nilai *VaR* terbesar berada pada tingkat kepercayaan 99% dan nilai terkecil berada pada tingkat kepercayaan 90%, baik untuk jangka waktu satu hari maupun lima hari. Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan yang diambil, maka semakin besar risiko yang ditanggung. Pada selang kepercayaan 90%, diperoleh nilai *VaR* sebesar 0,02836 yang berarti bahwa terdapat keyakinan sebesar 90% bahwa kerugian yang terjadi tidak akan melebihi 2,8% dari investasi yang dilakukan pada kurun waktu 1 hari. Sedangkan nilai *VaR* sebesar 0,06342 menyatakan bahwa terdapat keyakinan sebesar 90% bahwa kerugian yang terjadi tidak akan melebihi 6,3% dari investasi yang dilakukan pada kurun waktu 5 hari. Misalkan investor melakukan investasi sebesar Rp. 100.000.000, maka ada keyakinan sebesar 90% kerugian maksimal yang dialami investor sebesar Rp. 2.836.000 dalam jangka waktu 1 hari atau Rp. 6.342.000 dalam jangka waktu 5 hari setelah tanggal 30 Juni 2021. Dengan kata lain, ada kemungkinan 10% investor akan mengalami kerugian lebih dari Rp. 2.836.000 dalam jangka waktu 1 hari atau Rp. 6.342.000 dalam jangka waktu 5 hari setelah tanggal 30 Juni 2021. Hal yang sama juga berlaku untuk nilai *VaR* dengan tingkat kepercayaan 95% dan 99%.

Selanjutnya perhitungan ES dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% dilakukan menggunakan Persamaan 5 dan dinyatakan pada Tabel 3.

Tabel 3: Nilai ES

Tingkat Kepercayaan	ES	
	1 hari	5 hari
90%	0,04212	0,09419
95%	0,04937	0,11039
99%	0,06356	0,14212

Pada Tabel 3, meskipun ES bernilai positif, ES tetap menyatakan besarnya kerugian yang dialami [19]. Sama halnya dengan VaR, Nilai ES tertinggi berada pada tingkat kepercayaan 99% dan terendah pada tingkat kepercayaan 95%. Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan maka semakin besar juga risiko yang ditanggung. Nilai ES sebesar 0,04212 dan 0,09419 pada tabel 3, menunjukkan bahwa ada keyakinan sebesar 90%, kerugian yang akan terjadi melebihi nilai *VaR* adalah sebesar 4,2% dalam jangka waktu satu hari atau 9,4% dalam jangka waktu lima hari. Misalkan investor melakukan investasi awal sebesar Rp. 100.000.000, maka ada keyakinan 90% bahwa kerugian yang akan diderita mencapai Rp. 2.836.000 dan masih memungkinkan untuk terjadi kondisi yang lebih buruk dengan kerugian maksimal sebesar Rp. 4.212.000 dalam jangka waktu 1 hari setelah tanggal 30 Juni 2021. Atau ada keyakinan 90% bahwa kerugian yang akan diderita mencapai Rp. 6.342.000 dan masih memungkinkan untuk terjadi kondisi yang lebih buruk dengan kerugian maksimal sebesar Rp. 9.419.000 dalam jangka waktu 5 hari setelah tanggal 30 Juni 2021. Hal demikian juga berlaku untuk tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99%.

Berdasarkan pengukuran risiko yang dilakukan pada prediksi harga minyak mentah menggunakan VaR dan ES, diperoleh bahwa tingkat kepercayaan berbanding lurus dengan besarnya risiko yang ditanggung. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Khoir dkk [19]. Dengan demikian, tingkat kepercayaan membantu investor dalam menentukan batasan risiko yang dapat diterima serta menentukan strategi manajemen risiko yang tepat.

4 Kesimpulan

Nilai VaR yang diperoleh pada prediksi harga minyak mentah menggunakan GBM dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% baik untuk jangka waktu 1 hari adalah 0,02836; 0,03692; 0,05298 dan untuk 5 hari adalah 0,06342, 0,08256, 0,11847. Sedangkan nilai ES yang diperoleh tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99% untuk jangka waktu 1 hari adalah 0,04212; 0,04937; 0,06356 dan untuk jangka waktu 5 hari adalah 0,09419; 0,11039; 0,14212. Berdasarkan nilai VaR dan ES yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan maka semakin besar risiko yang di derita. Saran yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya adalah melakukan pengukuran analisis risiko untuk aset pada portofolio.

5 Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Universitas Cenderawasih yang telah mendanai penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] W. Yu, K. Yang, Y. Wei, dan L. Lei, "Measuring Value-at-Risk And Expected Shortfall Of Crude Oil Portfolio Using Extreme Value Theory And Vine Copula," *Phys. A Stat. Mech. its Appl.*, vol. 490, hal. 1423–1433, 2018, doi: 10.1016/j.physa.2017.08.064.
- [2] T. Lux, M. Segnon, dan R. Gupta, "Forecasting Crude Oil Price Volatility And Value-at-risk: Evidence From Historical And Recent Data," *Energy Econ.*, vol. 56, hal. 117–

- 133, 2016, doi: 10.1016/j.eneco.2016.03.008.
- [3] H. I. Zakia, “Prediksi Harga Komoditas Minyak Mentah Menggunakan Model Geometric Brownian Motion,” *Inst. Teknol. Sepuluh Nop. Fak. Mat.*, 2017, [Daring]. Tersedia pada: <http://repository.its.ac.id/2053/>.
- [4] F. Seru, C. D. Suhendra, dan A. D. Saputro, “Implementation of Geometric Brownian Motion to Predict Crude Oil Prices,” *Numer. J. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 6, no. 2, hal. 141–152, 2022.
- [5] E. Fitaloka, E. Sulistianingih, dan H. Perdana, “Pengukuran Value at Risk (VaR) Pada Portofolio Dengan Simulasi Monte Carlo,” *Bul. Ilm. Math. Stat. dan Ter.*, vol. 07, no. 2, hal. 141–148, 2018.
- [6] H. Li dan R. Wang, “PELVE: Probability Equivalent Level of VaR and ES,” *J. Econom.*, vol. 234, no. 1, hal. 353–370, Mei 2023, doi: 10.1016/J.JECONOM.2021.12.012.
- [7] P. Jorion, *Value at Risk: The New Benchmark in Controlling Market Risk, Third Edition*. 2007.
- [8] X. Meng dan J. W. Taylor, “Estimating Value-at-Risk and Expected Shortfall using the intraday low and range data,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 280, no. 1, hal. 191–202, 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2019.07.011.
- [9] Z. Du dan J. C. Escanciano, “Backtesting Expected Shortfall: Accounting for Tail Risk,” *Manage. Sci.*, vol. 63, no. 4, hal. 940–958, Mar 2016, doi: 10.1287/MNSC.2015.2342.
- [10] Y. Yamai dan T. Yoshiba, “Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective,” *J. Bank. Financ.*, vol. 29, no. 4, hal. 997–1015, 2005, doi: 10.1016/j.jbankfin.2004.08.010.
- [11] J. W. Taylor, “Forecast combinations for value at risk and expected shortfall,” *Int. J. Forecast.*, vol. 36, no. 2, hal. 428–441, 2020, doi: 10.1016/j.ijforecast.2019.05.014.
- [12] A. J. Patton, J. F. Ziegel, dan R. Chen, “Dynamic semiparametric models for expected shortfall (and Value-at-Risk),” *J. Econom.*, vol. 211, no. 2, hal. 388–413, 2019, doi: 10.1016/j.jeconom.2018.10.008.
- [13] B. Acereda, A. Leon, dan J. Mora, “Estimating the expected shortfall of cryptocurrencies: An evaluation based on backtesting,” *Financ. Res. Lett.*, vol. 33, no. January, hal. 1–6, 2020, doi: 10.1016/j.frl.2019.04.037.
- [14] Y. Saepudin, H. Yasin, dan R. Santoso, “Analisis Risiko Investasi Saham Tunggal Syariah Dengan Value At Risk (Var) Dan Expected Shortfall (Es),” *J. Gaussian*, vol. 6, no. 2, hal. 271–280, 2017, [Daring]. Tersedia pada: <http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian>.
- [15] R. Rahmawati, A. Rusgiyono, A. Hoyyi, dan D. A. I. Maruddani, “Expected Shortfall Untuk Mengukur Risiko Kerugian Petani Jagung,” *Media Stat.*, vol. 12, no. 1, hal. 117, 2019, doi: 10.14710/medstat.12.1.117-128.
- [16] D. Sulistiowati, M. S. Syahrul, dan I. D. Rianjaya, “Risk Analysis of Gold Sale Price and Investment of Antam Shares Using Expected Shortfall in Pandemic Covid-19,” *J. Mat. Stat. dan Komputasi*, vol. 17, no. 3, hal. 428–437, 2021, doi: 10.20956/j.v17i3.12779.
- [17] S. Steven *et al.*, “Analisis Risiko Pasar dengan Menggunakan Metode Value At Risk (VaR) Dan Expected Shortfall (Es) Terhadap Valuta Asing USD/AMU Di Perbankan Indonesia,” *J. Ilm. Indones. p-ISSN*, vol. 7, no. 11, hal. 17477–17488, 2022.
- [18] A. J. McNeil, R. Frey, dan P. Embrechts, *Quantitative Risk Management*. 2005.
- [19] N. Khoir, D. A. I. Maruddani, dan D. Ispriyanti, “Prediksi Harga Saham Menggunakan Geometric Brownian Motion With Jump Diffusion dan Analisis Risiko Dengan Expected Shortfall (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham PT. Waskita Karya Persero Tbk.),” *J. Gaussian*, vol. 11, no. 1, hal. 153–162, 2022, doi: 10.14710/j.gauss.v11i1.33989.