



ALIRAN MAGNETOHIDRODINAMIKA FLUIDA VISKOELASTIK MELEWATI BOLA TERIRIS YANG DIPENGARUHI KONVEKSI CAMPURAN

TUNJUNG EVELOKA¹, BASUKI WIDODO^{2*}

^{1,2} Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

* b_widodo@matematika.its.ac.id

ABSTRAK

Pemanfaatan magnetohidrodinamik (MHD) pada bidang teknologi cukup luas, salah satu contohnya adalah pada PLTU. Dengan adanya penerapan MHD pada PLTU, diperoleh efisiensi mencapai 30%. Pemanfaatan MHD juga dilakukan pada pengeboran minyak. Pada penelitian ini dibahas model matematika dan solusi numerik dari permasalahan aliran magnetohidrodinamik (MHD) fluida viskoelastik melewati bola pejal teriris yang dipengaruhi konveksi campuran. Aliran fluida viskoelastik tersebut mengalir dari bawah dan melewati bola pejal teriris. Model matematika dari permasalahan ini diperoleh dari hukum konservasi massa, momentum, dan energi. Selanjutnya, persamaan pembangun ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menggunakan variabel non-dimensional dan diperoleh persamaan diferensial parsial (PDP) non-linier. PDP ini selanjutnya diubah ke persamaan diferensial biasa (PDB) non-linier menggunakan persamaan similaritas, yaitu dengan memperkenalkan fungsi alir. PDB non-linier ini kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode Keller-Box. Hasil numerik yang diperoleh berupa kurva profil temperatur dan kecepatan fluida pada lintasan aliran depan titik stagnasi bagian bawah bola teriris. Kurva profil temperatur dan kecepatan fluida diperoleh dengan memvariasi parameter magnetik, parameter konveksi, parameter viskoelastik, Bilangan Prandtl, dan sudut irisan bola. Hasil simulasi numerik diperoleh bahwa semakin besar parameter konveksi, parameter magnetik dan besar sudut irisan bola maka semakin naik kurva profil kecepatannya, sedangkan untuk kurva profil temperaturnya turun. Apabila parameter viskoelastik dan Bilangan Prandtl dinaikkan maka kurva profil kecepatan turun, sedangkan kurva profil temperaturnya naik.

Kata Kunci: Magnetohidrodinamik, Fluida Viskoelastik, Bola Teriris, Konveksi Campuran, Metode Keller-Box.

ABSTRACT

The use of magnetohydrodynamics (MHD) in the field of technology is quite extensive, one example is in PLTU. With the application of MHD in PLTU, the efficiency reaches 30%. MHD is also used for oil drilling. This study discusses the mathematical model and numerical solution to the problem of magnetohydrodynamic flow (MHD) of a viscoelastic fluid passing through a solid sliced sphere affected by mixed convection. The viscoelastic fluid flow flows from below and passes through the sliced solid ball. The mathematical model of this problem is derived from the laws of conservation of mass, momentum, and energy. Furthermore, the builder's equation is transformed into non-dimensional form using non-dimensional variables and a non-linear partial differential equation (PDP) is obtained. This PDP is then converted to a non-linear ordinary differential equation (GDP) using a similarity equation, namely by introducing a flow function. This non-linear GDP is then solved numerically using the Keller-Box method. The numerical results obtained are in the form of temperature and fluid velocity profile curves on the flow path ahead of the stagnation point at the bottom of the sliced ball. The temperature and fluid velocity profile curves were obtained by varying the magnetic parameters, convection

parameters, viscoelastic parameters, Prandtl number, and spherical wedge angle. The results of the numerical simulation show that the greater the convection parameter, the magnetic parameter and the angle of the sphere slice, the velocity profile curve increases, while the temperature profile curve decreases. If the viscoelastic parameter and Prandtl number are increased, the velocity profile curve decreases, while the temperature profile curve increases.

Keywords: *Magnetohydrodynamics, Viscoelastic Fluids, Sliced Balls, Mixed Convection, Keller-Box Method*

1 Pendahuluan

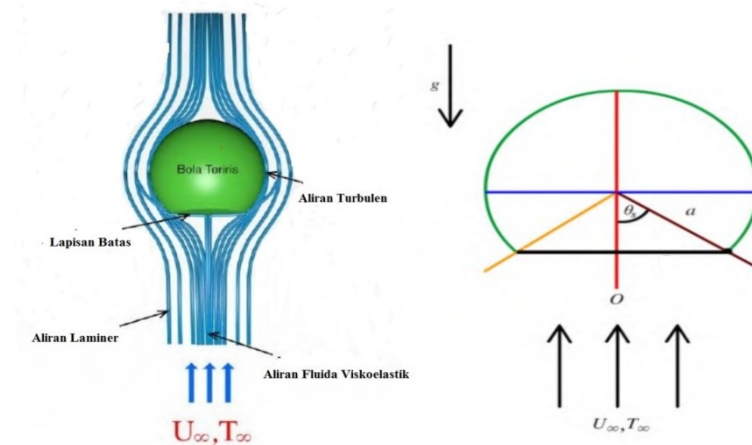
Magnetohidrodinamik (MHD) merupakan aliran khusus yang akhir-akhir ini sering diteliti [1]. Pemanfaatan magnetohidrodinamik pada bidang teknologi cukup luas, salah satu contohnya adalah pada PLTU. Dengan adanya penerapan MHD pada PLTU, diperoleh efisiensi mencapai 30% [2]. Pemanfaatan MHD juga dilakukan pada pengeboran minyak, simulasi yang akurat terkait aliran lumpur pada pengeboran minyak di persekitaran antara pipa bor dan dinding tanah sangat penting untuk mengevaluasi variasi tekanan dalam lumpur di dalam sumur bor [3]. Fluida viskoelastik merupakan salah satu jenis dari fluida Non-Newtonian selain fluida *pseudoplastic*, fluida *rheopectic*, dan fluida *thixotropic* yang memiliki sifat viskos (kental) dan elastis. Penerapan dari fluida viskoelastik sangat penting terutama untuk pengeboran minyak, industri pertahanan, dan industri makanan. Penelitian terkait fluida ini telah dilakukan oleh [4] yang meneliti pengaruh aliran fluida viskoelastik yang melewati pelat datar. Dan juga Sahaya [5] telah melakukan penelitian aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastik tersuspensi yang melewati pelat datar.

Berdasarkan kegunaan MHD yang sangat menunjang dalam perkembangan teknologi, maka perlu dilakukan penelitian yang lebih mendalam terkait fluida viskoelastik ini. Pada paper ini dibahas model matematika dari permasalahan aliran magnetohidrodinamik fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi konveksi campuran. Aliran MHD fluida viskoelastik ini mengalir dari bawah dan melewati bola pejal teriris. Model Matematika ini selanjutnya diselesaikan secara numerik menggunakan metode beda hingga implisit skema Keller Box. Hasil simulasi numerik yang diperoleh berupa kurva profil temperatur dan kecepatan fluida pada depan titik stagnasi bagian bawah bola teriris dengan memvariasikan nilai parameter magnetik, parameter konveksi, parameter viskoelastik, bilangan Prandtl, dan sudut irisan bola.

2 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

2.1. Perumusan Model Matematika



Gambar 1 : Model Fisis dari permasalahan

Model matematika dari permasalahan aliran magnetohidrodinamik fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi konveksi campuran ini terdiri dari persamaan-persamaan kontinuitas, momentum, energi, dan syarat batas. Namun persamaan momentum tidak mudah untuk diselesaikan sehingga dibutuhkan penyederhanaan menggunakan teori lapisan batas. Proses penyederhanaan tersebut ditunjukkan oleh [6]-[12]. Adapun model matematikanya adalah:

1. Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

2. Persamaan Momentum

$$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - K \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right] - \frac{25}{16} \mu u + \lambda T \tan \left(\frac{x \cos x}{\cos \theta_s} \right) \quad (2)$$

3. Persamaan Energi

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

dengan kondisi batas :

$$u = v = 0, T = 1 \text{ untuk } y = 0$$

$$u = u_e(x), \frac{\partial u}{\partial y} = 0, T = 0 \text{ untuk } y \rightarrow \infty$$

dan :

u : Komponen kecepatan pada sumbu- x

v : Komponen kecepatan pada sumbu- y

x : Koordinat arah gerak permukaan

y : Koordinat arah normal terhadap gerak permukaan

ρ : Massa Jenis

2.2. Pembentukan Persamaan Similaritas

Untuk mengubah persamaan diferensial parsial non-linier menjadi persamaan diferensial biasa non-linier digunakan fungsi alir (*stream function*) dan temperatur, yang dinyatakan dengan [10] :

$$\psi = xr(x)f(x, \eta), \quad T = \theta(x, \eta)$$

dan ψ merupakan fungsi alir yang didefinisikan sebagai berikut :

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Dengan mensubstitusikan fungsi alir di atas kedalam persamaan (1)-(3) maka diperoleh persamaan similaritas sebagai berikut :

Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \eta} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \eta} = 0 \quad (4)$$

Persamaan Momentum

$$0 = f''' + 2ff'' - (f')^2 + \frac{9}{4 \cos^2 \theta_s} - 2K(f'f''' - ff'''' - (f'')^2) + \frac{\lambda \theta}{\cos \theta_s} - \frac{25}{16} M \left(f' - \frac{3}{2 \cos \theta_s} \right) \quad (5)$$

Persamaan Energi

$$\frac{1}{Pr} \theta'' + 2f\theta' = 0 \quad (6)$$

Dengan kondisi batas :

$$f(0) = f'(0) = 0, \theta = 1 \text{ untuk } \eta = 0$$

$$f'(\infty) = 1, f''(\infty) = 0, \theta(\infty) = 0 \text{ untuk } \eta \rightarrow \infty$$

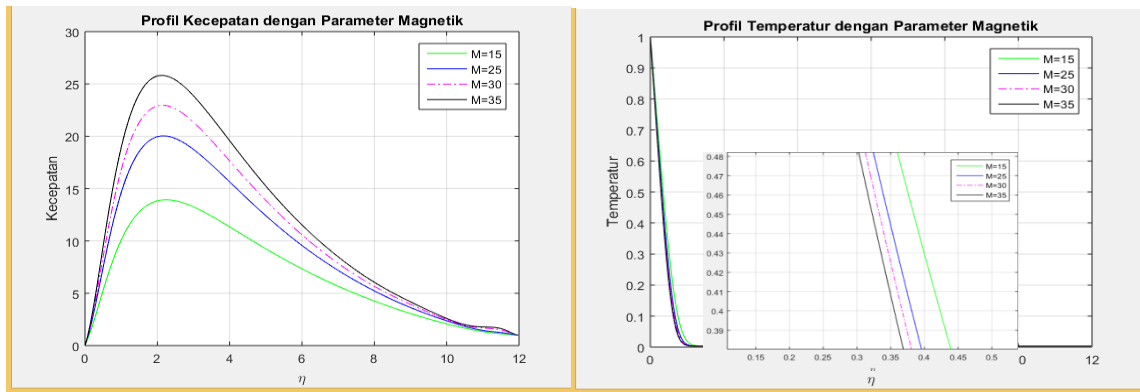
1.1 Skema Keller-Box

Pada paper ini, model yang ada diselesaikan menggunakan metode *Keller-Box* dengan tahapan sebagai berikut :

1. Transformasi menjadi orde pertama
2. Diskritisasi model menggunakan metode beda hingga pusat
3. Linierisasi model menggunakan metode newton
4. Teknik eliminasi blok

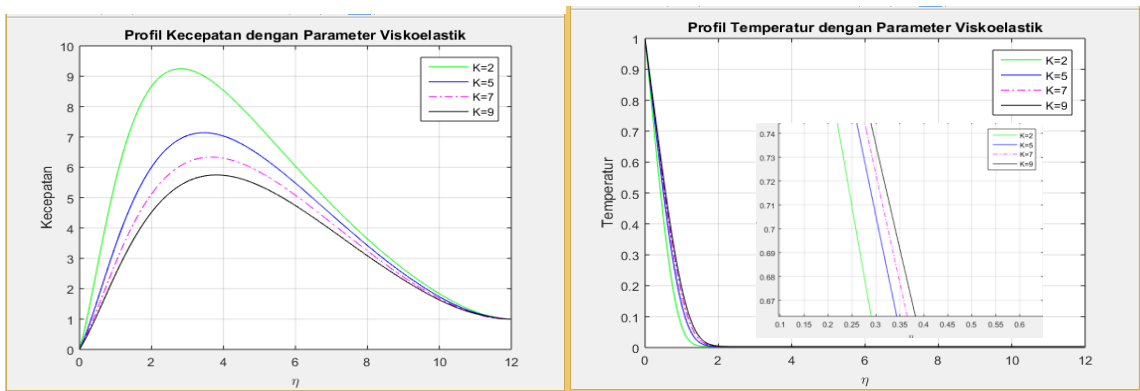
3 Hasil dan Pembahasan

Pada simulasi numerik ini digunakan *software* MATLAB. Nilai parameter yang digunakan pada simulasi numerik ini adalah $M = 10, K = 1, Pr = 0.7, \lambda = 1, \theta_s = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$. Pemilihan nilai $M, K, Pr, \lambda, \theta_s$ berdasarkan nilai yang menghasilkan grafik yang stabil dan dapat dilihat dengan jelas setelah percobaan memasukkan beberapa nilai $M, K, Pr, \lambda, \theta_s$. Hasil simulasi numerik sebagai berikut :



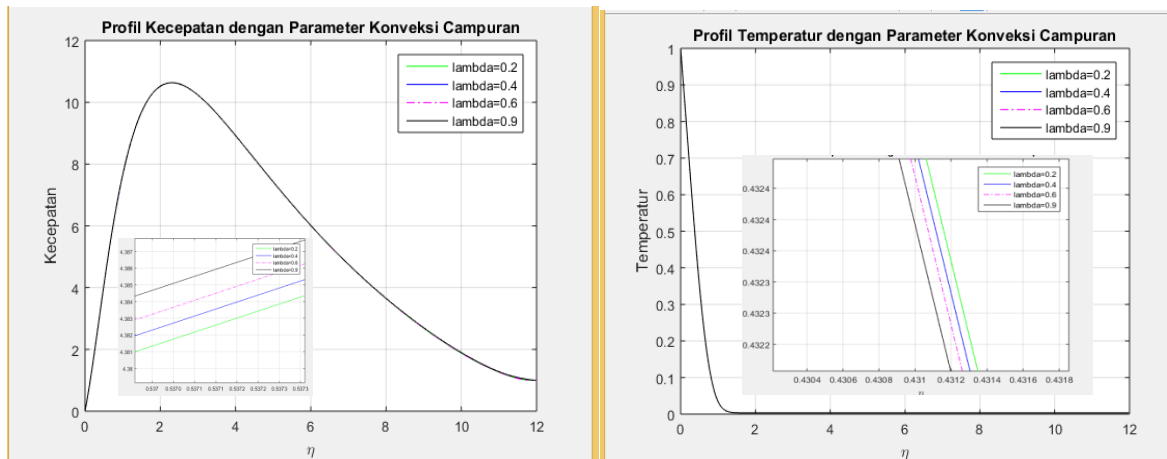
Gambar 2: Profil Kurva Kecepatan dan Temperatur dengan Variasi Parameter Magnetik.

Hal ini disebabkan ketika medan magnet bertambah maka massa jenis fluida berkurang, sehingga hambatan dari gaya antar partikel juga berkurang, dan selanjutnya kecepatan akan semakin bertambah. Medan magnet bertambah dan massa jenis berkurang juga menyebabkan energi internal fluida semakin bertambah sehingga energi yang digunakan untuk bergerak akan berkurang. Selanjutnya temperatur akan menurun ketika parameter magnetik bertambah.



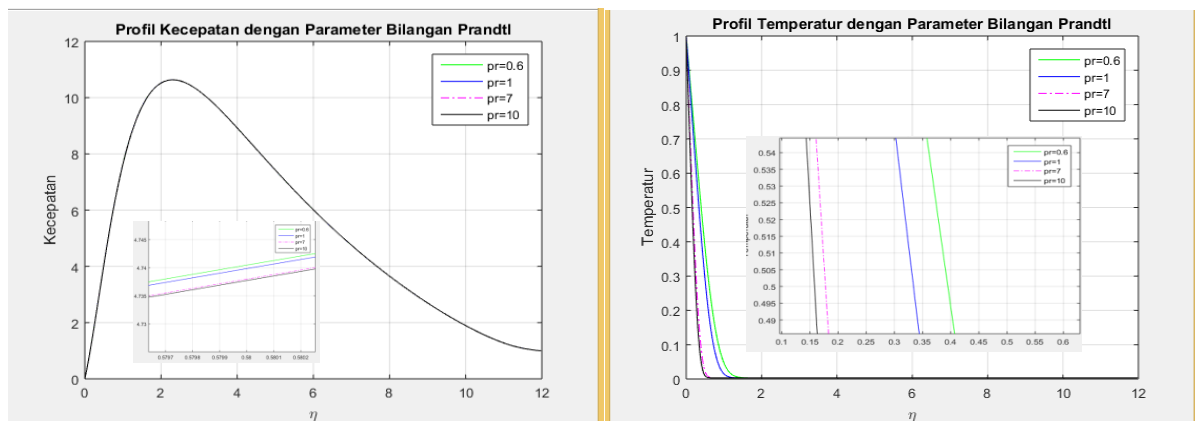
Gambar 3: Profil Kurva Kecepatan dan Temperatur dengan Variasi Parameter Viskoelastik.

Hal ini diakibatkan pergerakan fluida menjadi lebih lambat ketika fluida tersebut memiliki elastisitas yang besar dan juga elastisitas yang tinggi pada fluida dapat meningkatkan profil temperatur.



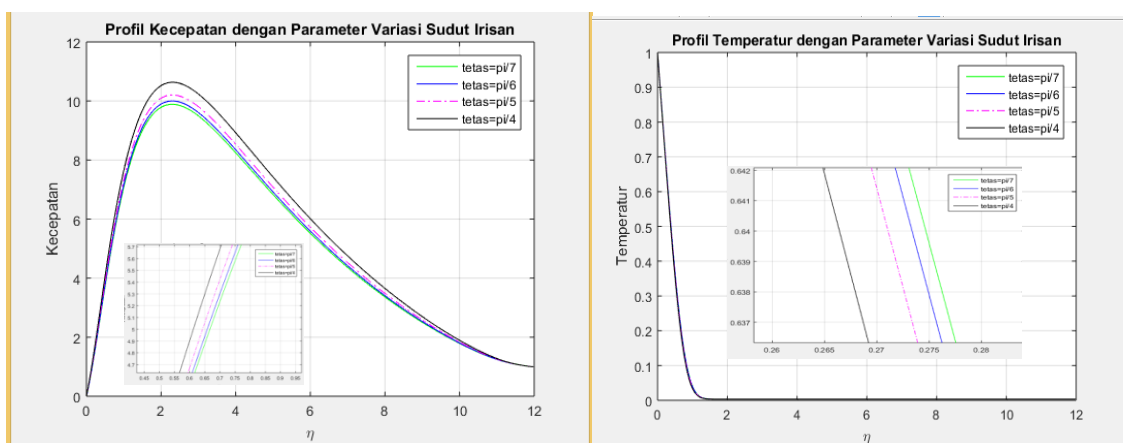
Gambar 4: Profil Kurva Kecepatan dan Temperatur dengan Variasi Parameter Konveksi Campuran

Hal ini dikarenakan pengaruh gaya apung, dimana gaya apung fluida mempengaruhi momentum fluida sehingga kecepatan aliran fluida semakin besar dan temperatur turun.



Gambar 5: Profil Kurva Kecepatan dan Temperatur dengan variasi Parameter Bilangan Prandtl.

Hal ini disebabkan oleh Bilangan Prandtl berbanding lurus dengan massa jenis sehingga jika Bilangan Prandtl meningkat maka massa jenis fluida juga meningkat. Hal inilah yang menyebabkan kecepatan menurun dan perpindahan panas ke permukaan lebih cepat dari fluidanya sehingga menyebabkan temperatur semakin menurun.



Gambar 6: Profil Kurva Kecepatan dan Temperatur dengan Variasi Sudut Irisan Bola.

Hal ini disebabkan letak titik stagnasi semakin keatas karena besar sudut irisan semakin besar sehingga menyebabkan profil kecepatan meningkat. Dan juga semakin besar sudut irisan bola maka permukaan depan bertambah luas yang menyebabkan distribusi panas ke bola lebih cepat bila dibandingkan dengan distribusi panas ke fluidanya sehingga mengakibatkan temperatur menurun.

4 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diatas, diperoleh kesimpulan bahwa profil kurva kecepatan semakin meningkat ketika parameter magnetik, parameter konveksi campuran, dan variasi sudut irisan semakin besar. Namun, ketika Bilangan Prandtl dan parameter viskoelastik semakin besar maka profil kurva kecepatan semakin menurun. Profil temperatur meningkat ketika parameter viskoelastik semakin besar. Namun, profil kurva temperatur menurun ketika parameter magnetik, parameter konveksi campuran, bilangan Prandtl, dan variasi sudut irisan semakin besar.

Ucapan Terimakasih

Karya ini berdasarkan penelitian yang didukung oleh Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional Republik Indonesia (KEMENDIKBUDRISTEK-RI) dengan Surat Perjanjian Pendanaan nomor 3/E1/KP.PTNBH/2021, tanggal 8 Maret 2021, dan Direktorat Riset dan Pengembangan Masyarakat (Direktorat Riset dan Pengabdian kepada Masyarakat/DRPM), Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya-Jawa Timur, Indonesia dengan Surat Perjanjian Pendanaan nomor 792/PKS/ITS/2021, 10 Maret 2021. Oleh karena itu kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada KEMENDIKBUDRISTEK-RI dan DRPM-ITS yang telah memberikan kesempatan kepada kami untuk mempresentasikan makalah ini dalam Seminar Nasional Matematika (Semnastika) UNESA 2021 di Surabaya.

Daftar Pustaka

- [1] B. Widodo, D.A. Khalimah, F.D.S. Zainal, and C. Imron, *Numerical Solution of Heat Transfer Unsteady Boundary Layer Magnetohydrodynamics in Micropolar Fluid Past a Sphere*, Int J. Far East J. Math. Sci. Publ. House – India, (2015a).
- [2] S. Irianto. (2013). “Kombinasi Operasi PLTU – MHD – Fuel Cell dan Kemungkinan Penerapannya di Indonesia”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [3] P. A. Davidso. (2010). “An Introduction to Magnetohydrodynamics”. New York : Cambridge University Press.
- [4] Widodo, B., Sulistyaningtyas, Annisa D., Imron, C. (2015). Pengaruh Aliran Fluida Viskoelastik yang Melewati Silinder Eliptik. Tesis. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [5] Sahaya, R., Widodo, B., dan Imron, C. (2016). “Aliran Fluida Magnetohidrodinamik Viskoelastik Tersuspensi yang Melewati Pelat Datar”. Tugas Akhir. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [6] Ishak, A., Nazar, R. And Pop, I. (2009). MHD Boundary Layer Flow past a Moving Wedge. *Magnetohydrodynamics*, 45, 3-10.

- [7] Kasim, A.R.M. (2014). “Convective Boundary Layer Flow of Viscoelastic Fluid”, Tesis Ph.D., Universiti Teknologi Malaysia. Malaysia.
- [8] Ali, F.M. Nazar, R., Arifin, N.M. And Pop, I. (2011). MHD Stagnation-Point Flow and Heat Transfer towards Stretching Sheet with Induced Magnetic Field. *Applied Mathematics and Mechanics*, 32, 409-418.
- [9] Jafar, K., Nazar, R., Ishak, A. And Pop, I. (2013). MHD Boundary Layer Flow Due to a Moving Wedge in a Parallel Stream with the Induced Magnetic Field. *J. Boundary Value Problems*, 1-14.
- [10] Ali, K., Ashraf, M., Ahmad, S. And Batool, K. (2012). Viscous Dissipation and Radiation Effects in MHD Stagnation Point Flow towards a Stretching Sheet with Induced Magnetic Field. *World Applied Sciences Journal*, 16, 1638-1648.
- [11] Ali, K. And Ashraf, M. (2012). Thermal Reversal in MHD Stagnation Point Flow towards a Stretching Sheet with Induced Magnetic Field and Viscous Dissipation Effects. *World Applied Sciences Journal*, 16, 1615-1625.
- [12] Widodo, B., Wanti, P.P ., dan Imron, C. (2015). “Viscoelastic Fluid Past A Flat Plate With TheEffect of Magnetohydrodynamic”. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.