



MAGNETOHIDRODINAMIKA FLUIDA NANO YANG MELALUI SILINDER VERTIKAL BERPORI

ISNAINATUL MAYAGRAFINDA¹, BASUKI WIDODO^{2*}

^{1,2} Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

* b_widodo@matematika.its.ac.id

ABSTRAK

Studi dan aplikasi simulasi dalam bidang matematika terus berkembang seiring perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi komputer. Salah satunya adalah Magnetohidrodinamika (MHD) yang erat kaitannya dengan bidang teknik dan industri. Penelitian ini membahas tentang analisis kecepatan dan temperatur di sekitar titik stagnasi terendah pada magnetohidrodinamika fluida nano yang melewati silinder berpori. Persamaan pembangun diperoleh dari persamaan dimensional, yaitu persamaan kontinuitas, momentum, dan energi. Persamaan dimensional yang diperoleh kemudian ditransformasikan menjadi persamaan nondimensional. Selanjutnya diubah menjadi persamaan similaritas. Kemudian diselesaikan menggunakan metode Keller-Box. Hasil simulasi dilakukan pada partikel nano Li_2O dengan fluida dasar air. Kecepatan aliran fluida nano semakin besar dengan naiknya bilangan parameter magnetik dan porositas. Sedangkan kecepatan aliran fluida nano semakin besar dengan semakin menurunnya *volume fraction* dan bilangan Prandtl. Temperatur fluida nano semakin meningkat apabila bilangan parameter magnetik, porositas silinder, dan bilangan Prandtl semakin kecil. Sedangkan temperatur fluida nano semakin meningkat dengan semakin besarnya *volume fraction*.

Kata Kunci: Magnetohidrodinamika, fluida nano, silinder vertikal berpori.

ABSTRACT

The study and application of simulation in the field of mathematics continues to grow along with the development of computer science and technology. One of them is Magnetohydrodynamics (MHD) which is closely related to engineering and industry. This study discusses the analysis of velocity and temperature around the lowest stagnation point in the magnetohydrodynamics of nanofluids passing through a porous cylinder. The builder equations are obtained from dimensional equations, namely the equations of continuity, momentum, and energy. The dimensional equations obtained are then transformed into nondimensional equations. Then it is converted into a similarity equation. Then solved using the Keller-Box method. The simulation results were carried out on Li_2O nanoparticles with water as a base fluid. The velocity of nanofluid flow increases with increasing number of magnetic parameters and porosity. Meanwhile, the velocity of nanofluid flow increases with decreasing volume fraction and Prandtl number. The nanofluid temperature increases when the magnetic parameter number, cylindrical porosity, and Prandtl number are getting smaller. Meanwhile, the nanofluid temperature increases with the increasing volume fraction.

Keywords: Magnetohydrodynamics, nanofluids, porous vertical cylinders.

1 Pendahuluan

Magnetohidrodinamika terdiri dari kata *magneto* yang artinya medan magnet, *hidro* yang artinya cairan atau fluida, dan *dinamika* yang artinya pergerakan. Studi yang sering disebut *Magnetohydrodynamics* (MHD) ini sangat penting untuk beberapa penerapan seperti pendingin

reaktor nuklir, pertumbuhan kristal, akselerator, dan pembangkit listrik. Prinsip MHD ditemukan pertama kali pada tahun 1832 oleh Michael Faraday. Konsep dasar dari MHD adalah bahwa medan magnet dapat menginduksi arus listrik pada fluida konduktif yang bergerak, sehingga menghasilkan gaya pada fluida dan juga mengubah medan magnet itu sendiri [1].

Semua fluida bersifat kental dikarenakan viskositas menyebabkan fluida melekat ke permukaan [2]. Fluida dibagi menjadi dua, yaitu fluida Newtonian dan fluida Non-Newtonian. Fluida Newtonian merupakan fluida yang mempunyai hubungan linier antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dan laju perubahan degangan geser yang diakibatkan [1]. Sedangkan fluida Non-Newtonian adalah fluida yang tidak memiliki viskositas konstan dan laju deformasinya tak linier [3]. Dalam penelitian ini, fluida yang digunakan adalah jenis fluida Newtonian, yaitu fluida nano.

Fluida nano terdiri dari fluida dasar yang mengandung dispersi dari nano partikel [3]. Fluida dasar yang digunakan dapat berupa air, minyak, dan lain sebagainya. Sedangkan nano partikel terdispersi yang bisa digunakan misalnya Cu , Li_2O , Fe_2O_3 , dan lain sebagainya. Kelebihan fluida nano adalah fluida jenis ini dapat meningkatkan efektivitas konduktivitas panas dan juga meningkatkan viskositas fluida dasar. Oleh karena itu, aplikasi dari magnetohidrodinamika fluida nano ini sangat penting pada proses yang melibatkan temperatur tinggi.

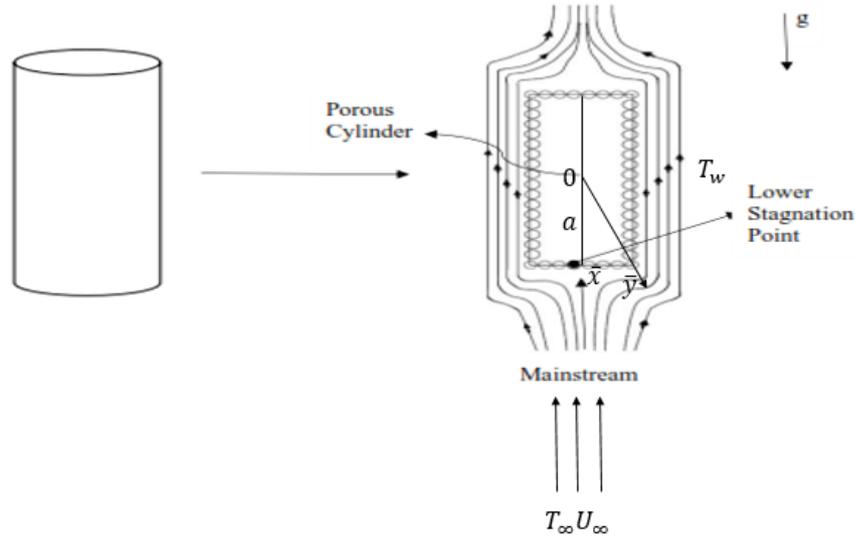
Beberapa penelitian tentang magnetohidrodinamika dan fluida nano telah dilakukan, diantaranya adalah pada tahun 2018, Juliyanto dkk [4] telah meneliti tentang aliran fluida nano melalui silinder sirkular berpori dibawah pengaruh konveksi campuran. Selanjutnya tahun 2019, Widodo dkk [1] melakukan penelitian mengenai aliran fluida nano melalui bola berpori bermagnet dibawah pengaruh konveksi campuran dan medan magnet Pada tahun 2020, Thahiruddin [5] juga telah melakukan penelitian tentang analisis model matematika aliran fluida nano magnetohidrodinamik yang melalui bola magnet berpori teriris, serta Safitri [6] meneliti tentang model matematika magnetohidrodinamika yang melalui bola bermagnet teriris dalam fluida nano dengan pengaruh konveksi campuran.

Berdasarkan pentingnya penelitian tentang magnetohidrodinamika dan fluida nano, maka dikembangkan penelitian mengenai model matematika untuk menganalisis kecepatan dan temperatur di sekitar titik stagnasi bawah pada magnetohidrodinamika fluida nano yang melalui silinder vertikal berpori. Pada penelitian terdahulu, berbagai bentuk benda yang dilalui fluida nano telah dilakukan, seperti bola berpori bermagnet [1], silinder berpori horizontal [3], silinder sirkular horizontal [4], bola berpori teriris [5], bola teriris [6][7]. Maka pada penelitian ini digunakan bentuk benda yang berbeda, yaitu silinder berpori dengan posisi vertikal. Fluida diasumsikan mengalir ke atas dari bawah melawan arah gravitasi.

Persamaan pembangun (*governing equation*) berdimensi dari model matematika permasalahan ini diperoleh dari persamaan kontinuitas, momentum, dan energi. Persamaan ini selanjutnya ditransformasikan menjadi persamaan pembangun non-dimensi. Teori lapisan batas digunakan untuk menyederhanakan persamaan momentumnya. Selanjutnya diperoleh sistem persamaan differensial parsial non-linier. Sistem persamaan differensial parsial non-linier ini selanjutnya diubah menjadi sistem persamaan differensial biasa non-linier menggunakan persamaan similaritas dan kemudian diselesaikan menggunakan secara numerik menggunakan metode beda hingga implisit Keller Box. Solusi numerik ini nanti berupa profil kurva kecepatan dan suhu fluida nano didepan titik stagnasi bawah dari silinder vertikal berpori. Profil-profil kurva tersebut digunakan untuk menganalisis pengaruh parameter magnetik, porositas silinder vertikal, *volume fraction*, dan bilangan Prandtl.

2 Metode Penelitian

Diasumsikan fluida nano yang melalui silinder vertikal berpori dengan kecepatan aliran fluida nano di hulu adalah U_∞ dan suhu fluida nano di hulu adalah T_∞ . Partikel nano yang digunakan adalah Li_2O dan fluida dasar air. Data yang digunakan merupakan data sekunder untuk mendapatkan nilai densitas, konduktivitas termal, dan spesifik panas. Gambar 1 merupakan skema model fisis dari magnetohidrodinamika (MHD) fluida nano yang melewati silinder vertikal berpori. Arah aliran MHD fluida nano dari bawah ke atas.



Gambar 1. Skema Model Fisik

2.1. Pembentukan Persamaan Pembangun Berdimensi

Persamaan pembangun berdimensi diperoleh dari persamaan kontinuitas, persamaan momentum, dan persamaan energi. Persamaan kontinuitas diperoleh dari hasil penurunan hukum kekekalan massa. Persamaan momentum diperoleh dari hasil penurunan hukum kekekalan kedua Newtonian. Dan persamaan energi diperoleh dari hasil penurunan hukum I termodinamika. Sehingga diperoleh persamaan pembangun berdimensi sebagai berikut:

1. Persamaan Kontinuitas:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (1)$$

2. Persamaan Momentum pada arah sumbu x dan y masing-masing adalah:

$$\rho_{nf} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{u} \sigma (B_0)^2 + \bar{u} \frac{\mu_{nf}}{K^*} + \rho_{nf} (T - T_\infty) g \sin \left(\frac{\bar{x}}{a} \right) \quad (2)$$

$$\rho_{nf} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{v} \sigma (B_0)^2 + \bar{v} \frac{\mu_{nf}}{K^*} + \rho_{nf} (T - T_\infty) g \cos \left(\frac{\bar{x}}{a} \right) \quad (3)$$

3. Persamaan Energi:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (4)$$

dengan kecepatan aliran bebas didefinisikan $\bar{u}_e = \frac{3}{2} U_\infty \sin x$ [1], dan dengan kondisi batas sebagai berikut:

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \quad \bar{T} = T_w \text{ untuk } \bar{y} = 0$$

$$\bar{u} = \bar{u}_e(x), \quad \bar{T} = T_\infty, \text{ untuk } \bar{y} \rightarrow \infty$$

dimana \bar{u} adalah komponen kecepatan pada arah sumbu x , \bar{v} adalah komponen kecepatan pada arah sumbu y , ρ_{nf} adalah densitas fluida nano, \bar{p} adalah tekanan, μ_{nf} adalah viskositas fluida nano, σ adalah tegangan, B_0 adalah medan magnet, K^* adalah permeabilitas benda berpori, \bar{T} adalah temperatur fluida nano, g adalah gravitasi, dan α_{nf} adalah rasio konduktivitas panas (k_{nf}) terhadap kapasitas panas $((\rho C p)_{nf})$.

2.2. Pembentukan Persamaan Pembangun Non-dimensi

Persamaan pembangun non-dimensi diperoleh dengan mensubstitusikan variabel-variabel dan parameter-parameter non-dimensi dibawah ini ke Persamaan (1) sampai (4) [7]:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = \text{Re}^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{y}}{a}, \quad p = \frac{\bar{p}}{\rho_{nf} U_\infty^2}, \quad T = \frac{\bar{T} - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad u = \frac{\bar{u}}{U_\infty}, \quad v = \text{Re}^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{v}}{U_\infty}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}}, \quad M = \frac{\bar{u} \sigma (B_0)^2}{\rho_{nf} U_\infty}, \quad \lambda = \frac{Gr}{\text{Re}^2}, \quad \phi = \frac{\alpha \mu_{nf}}{\rho_{nf} K^* U_\infty}, \quad Gr = \frac{g \beta (\bar{T}_w - \bar{T}_\infty) a^3}{\nu_{nf}^2}$$

dimana bilangan Reynolds $\text{Re} = \frac{U_\infty a}{\nu_{nf}}$, Pr adalah bilangan Prandtl, M adalah parameter magnetik, λ adalah parameter konveksi campuran, ϕ adalah parameter porositas dari silinder vertikal berpori, dan Gr adalah bilangan Grasshof. Persamaan pembangun non-dimensi adalah:

Persamaan Kontinuitas:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

Persamaan Momentum pada arah sumbu x dan y masing-masing adalah:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\phi - M)u + \lambda T \sin x \quad (6)$$

$$\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \text{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re}} Mv + \frac{1}{\text{Re}} \phi v - \frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{2}}} \lambda T \cos x \quad (7)$$

Persamaan Energi:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (8)$$

2.3. Teori Pendekatan Lapisan Batas

Untuk mempermudah solusi dari persamaan pembangun non-dimensi, maka pada persamaan momentum diperkenalkan teori pendekatan lapisan batas [5], dimana $\frac{1}{\text{Re}} \rightarrow 0$. Sehingga diperoleh persamaan pembangun non-dimensi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu_{nf}}{\nu_f} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\phi - M)(u_e - u) + \lambda T \sin x \quad (10)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

dengan kondisi batas:

$$u = v = 0, T = 1 \text{ pada } y = 0$$

$$u \rightarrow \frac{3}{2} \sin x, T \rightarrow 0 \text{ pada } y \rightarrow \infty$$

2.4. Pembentukan Persamaan Similaritas

Persamaan pembangun non-dimensi tersebut selanjutnya diubah menjadi bentuk persamaan similaritas dengan menggunakan fungsi alir. Hal ini karena kami ingin sistem persamaan differensial parsial non-linier ini ditranformasikan menjadi sistem persamaan differensial biasa non-linier. Sehingga lebih mudah diselesaikan secara numerik. Karena itu kami menggunakan fungsi alir dan temperatur yang dinyatakan dengan [3]

$$\psi = x(x)f(x, \eta), \quad T = \theta(x, \eta)$$

dan ψ merupakan fungsi aliran yang didefinisikan:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Dengan mesubstitusikan u dan v ke Persamaan (9) sampai dengan (11), dengan $\frac{\partial f}{\partial \eta} = f'$ dan $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \theta'$, Persamaan (10) dan (11) dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)^2 + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{9 \sin x \cos x}{4x} + \frac{v_{nf}}{v_f} \left(\frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3}\right) + (M + \phi) \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - \frac{3 \sin x}{2x}\right) \\ & \quad - \lambda \theta \frac{\sin x}{x} = \\ & x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}\right) + f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \quad (13)$$

Pada penelitian ini, dikaji pada daerah di depan titik stagnasi bawah, yaitu $x = 0$, sehingga Persamaan (12) dan (13) masing-masing berubah menjadi:

$$-(f')^2 + ff'' + \frac{9}{4} + \frac{v_{nf}}{v_f} f''' + (M + \phi) \left(f' - \frac{3}{2}\right) - \lambda \theta = 0 \quad (14)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \theta'' + f \theta' = 0 \quad (15)$$

Berdasarkan [7] hubungan fluida nano dengan fluida dasar didefinisikan bahwa:

$$\text{Densitas} \quad : \quad \rho_{nf} = (1 - \chi)\rho_f + \chi\rho_s$$

$$\text{Viskositas} \quad : \quad \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\chi)^{2.5}}$$

$$\text{Panas Spesifik} \quad : \quad (\rho C_p)_{nf} = (1 - \chi)(\rho C_p)_f - 2\chi(\rho C_p)_s$$

$$\text{Konduktivitas Panas} \quad : \quad \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\chi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \chi(k_f - k_s)}$$

Sehingga, diperoleh rasio v_{nf} dengan v_f dan α_{nf} dengan α_f yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{v_{nf}}{v_f} = \frac{1}{(1 - \chi)^{2.5} \left((1 - \chi) + \chi \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right) \right)}$$

$$\alpha_{nf} = \frac{(k_s + 2k_f) - 2\chi(k_f - k_s)}{(k_s + 2k_f) + \chi(k_f - k_s)} \frac{1}{(1 - \chi) + \left(\frac{\chi(\rho Cp)_s}{(\rho Cp)_f}\right)}$$

2.5. Penyelesaian Numerik dengan Metode Keller Box

Persamaan (14) dan (15) diselesaikan dengan metode beda hingga implisit skema Keller Box. Tahap pertama adalah merubah Persamaan (14) dan (15) menjadi persamaan orde pertama. Selanjutnya, melakukan diskritisasi persamaan orde pertama menggunakan metode beda hingga implisit. Kemudian melakukan pelinieran dengan menggunakan metode Newtonian menjadi bentuk matriks vektor. Tahap terakhir adalah mencari solusi dari hasil pelinieran menggunakan teknik eliminasi matriks blok tridiagonal.

3 Hasil dan Pembahasan

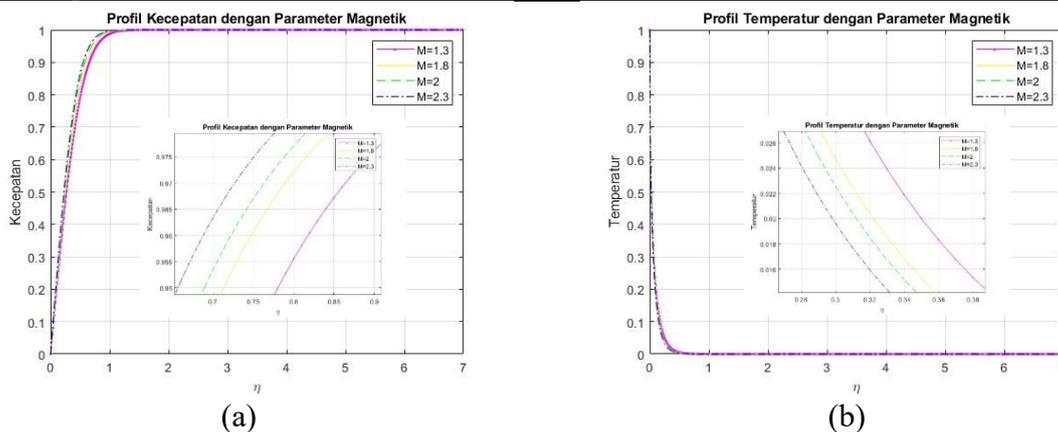
Tujuan utama dalam penelitian ini adalah menganalisis kecepatan dan temperatur dari fluida nano di sekitar titik stagnasi bawah pada silinder vertikal berpori. Variasi parameter yang digunakan dalam simulasi numerik ini adalah parameter magnetik, porositas silinder vertikal, *volume fraction*, dan bilangan Prandtl. Partikel nano yang digunakan adalah Li_2O dan air sebagai fluida dasarnya.

Pengaruh Variasi Parameter dengan Partikel Nano Li_2O

Solusi numerik untuk partikel nano Li_2O dengan fluida dasar air diberikan nilai karakteristiknya sebagai berikut :

Tabel 1. Karakteristik Fluida Nano [8][9][10][11]

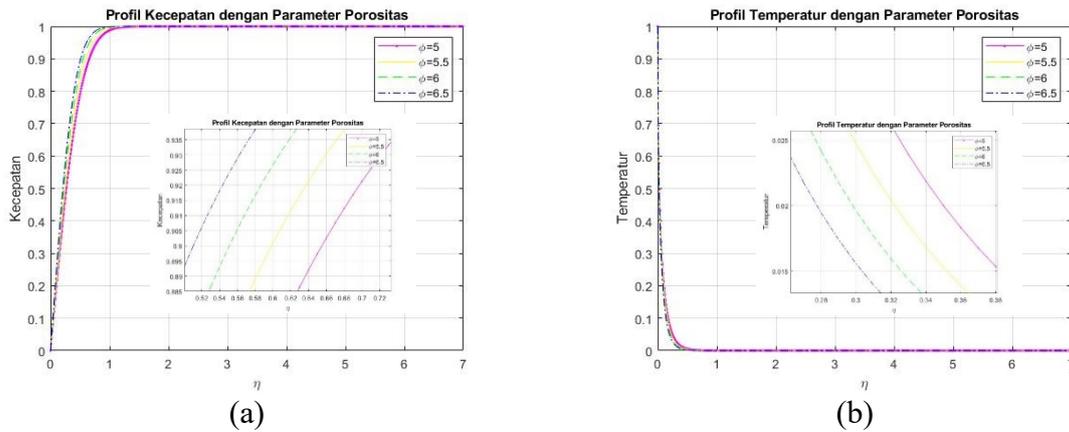
Parameter	Air	Li_2O
Densitas	997.1	2013
Konduktivitas Termal	0.613	5
Kapasitas Panas	4179	54.09



Gambar 2. (a) Kecepatan dengan Variasi Parameter Magnetik, (b) Temperatur dengan Variasi Parameter Magnetik

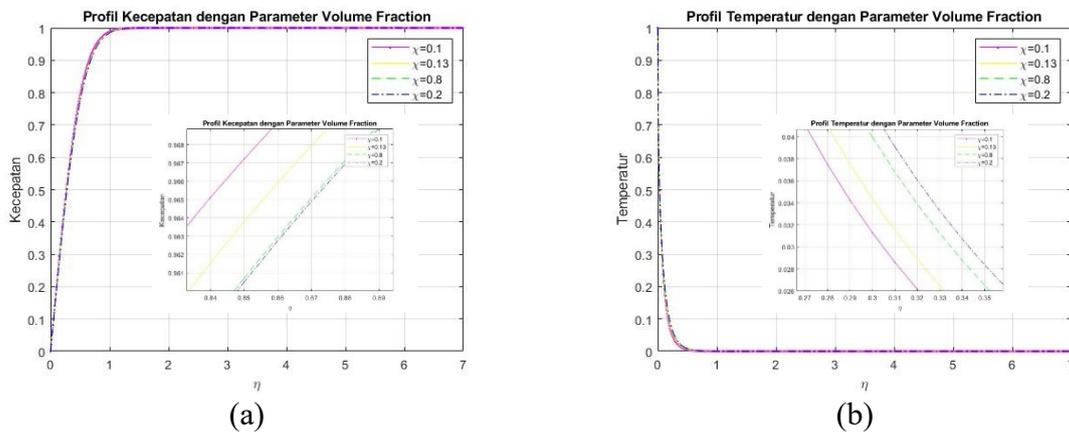
Pengaruh dari parameter magnetik terhadap kecepatan dan temperatur fluida nano ditunjukkan oleh Gambar 2. Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah $M = 1.3, 1.8, 2, \text{ dan } 2.3$. Gambar (2a) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter magnetik, maka kecepatan fluida nano meningkat. Gambar (2b) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter magnetik, temperatur fluida nano menurun. Hal ini disebabkan karena adanya Gaya Lorentz yang semakin besar seiring bertambahnya besar medan magnet. Gaya Lorentz yang

semakin besar menyebabkan muatan listrik meningkat dan membuat energi internal yang digunakan untuk mengalir fluida nano meningkat. Akibatnya semakin besar parameter magnetik, maka kecepatan meningkat dan temperatur semakin menurun.



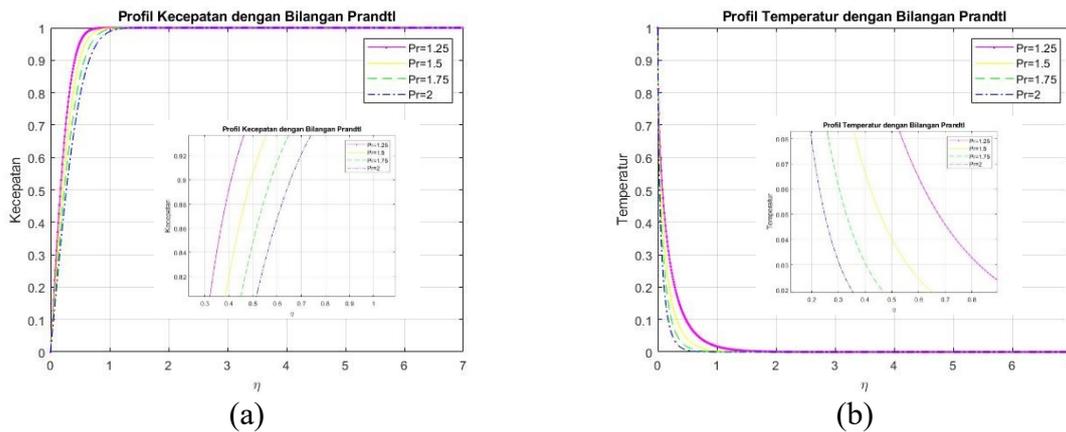
Gambar 3. (a) Kecepatan dengan Variasi Parameter Porositas, (b) Temperatur dengan Variasi Parameter Porositas

Pengaruh dari parameter porositas terhadap kecepatan dan temperatur fluida nano ditunjukkan oleh Gambar 3. Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah $\phi = 5, 5.5, 6, \text{ dan } 6.5$. Gambar (3a) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, maka kecepatan fluida nano meningkat. Gambar (3b) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, temperatur fluida nano menurun. Hal ini disebabkan karena semakin besar parameter porositas menyebabkan permeabilitas semakin kecil. Menurut hukum Darcy, semakin tinggi permeabilitas maka kecepatan aliran meningkat. Akibatnya semakin besar parameter porositas, maka kecepatan meningkat dan temperatur semakin menurun.



Gambar 4. (a) Kecepatan dengan Variasi Parameter *Volume Fraction*, (b) Temperatur dengan Variasi Parameter *Volume Fraction*

Pengaruh dari *volume fraction* terhadap kecepatan dan temperatur ditunjukkan pada Gambar 4. Variasi *volume fraction* yang digunakan dalam simulasi adalah $\chi = 0.1, 0.13, 0.18, \text{ dan } 2$. Gambar (4a) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter *volume fraction*, kecepatan fluida nano semakin menurun. Gambar (4b) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter *volume fraction* temperatur fluidanya semakin meningkat. Hal ini disebabkan karena gesekan yang dihasilkan antar partikel pada fluida nano yang semakin besar. Akibatnya semakin besar parameter *volume fraction*, maka kecepatan menurun dan temperatur semakin meningkat.



Gambar 5. (a) Kecepatan dengan Variasi Parameter Bilangan Prandtl, (b) Temperatur dengan Variasi Parameter Bilangan Prandtl

Pengaruh dari bilangan Prandtl terhadap kecepatan dan temperatur ditunjukkan oleh Gambar 5. Variasi bilangan Prandtl yang digunakan dalam simulasi adalah $Pr = 1.25, 1.5, 1.75,$ dan 2 . Gambar (5a) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl, kecepatan fluida nano semakin menurun. Gambar (5b) menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl temperatur fluidanya semakin menurun. Hal ini disebabkan karena bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan difusivitas termal dan berbanding lurus dengan viskositas kinematik. Semakin besar bilangan Prandtl yang diberikan, maka semakin besar viskositas kinematisnya sehingga kekentalan fluida juga semakin meningkat. Akibatnya semakin besar bilangan Prandtl, maka kecepatan dan temperatur fluida nano semakin menurun.

4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil simulasi numerik dari model matematika magnetohidrodinamika fluida nano yang melewati silinder berpori dengan nano partikel Li_2O dan fluida dasar air menggunakan variasi parameter magnetik, porositas, volume fraction, dan bilangan Prandtl, dapat disimpulkan bahwa pada saat parameter magnetik dan porositas semakin besar maka kecepatan aliran fluida nano semakin besar, Sedangkan untuk volume fraction dan bilangan Prandtl semakin kecil, maka kecepatan aliran fluida semakin besar. Selanjutnya, Pada saat parameter magnetik, porositas, dan bilangan Prandtl semakin kecil, maka temperatur fluida nano semakin besar. Sedangkan untuk volume fraction semakin besar maka temperatur fluida semakin besar.

Ucapan Terimakasih

Karya ini berdasarkan penelitian yang didukung oleh Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional Republik Indonesia (KEMENDIKBUDRISTEK-RI) dengan surat perjanjian pendanaan nomor 3/E1/KP.PTNBH/2021, tanggal 8 maret 2021, dan Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat (DRPM), Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya-Jawa Timur, Indonesia dengan surat perjanjian pendanaan nomor 792/PKS/ITS/2021, 10 maret 2021. Oleh karena itu kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada KEMENDIKBUDRISTEK-RI dan DRPM-ITS yang telah memberikan kesempatan kepada kami untuk mempresentasikan makalah ini dalam Seminar Nasional Matematika (SEMNASTIKA) 2021 di Universitas Negeri Surabaya.

Daftar Pustaka

- [1] B. Widodo, M. Abu and C. Imron. Unsteady Nano Fluid Flow Through Magnetic Porous Sphere Under The Influence of Mixed Convection. *Journal of Physics: Conf. Series 1153 012053*, 2019.
- [2] M. C. Potter and D. C. Wiggert, *Schaum's Outline Mekanika Fluida*. Penerbit Erlangga, 2018.
- [3] B. Widodo, D. K. Arif, D. Aryani, N. Asiyah, F. A. Widjajati and K. Kamiran, The Effect of Magnetohydrodynamic Nano Fluid Flow Through Porous Cylinder. *AIP Conference Proceeding 1867(1), 020069*, 2017.
- [4] B. Juliyanto, B. Widodo, and C. Imron, The Effect Of Heat Generation On Mixed Convection Flow In Nano Fluids Over A Horizontal Circular Cylinder. *Journal of Physics: Conf. Series 1008 012001*, 2018.
- [5] M. Thahiruddin, B. Widodo and C. Imron, Unsteady Magnetohydrodynamics of Nano Fluid Over Porous Sliced Magnetic Sphere. *AIP Conference Proceeding 2242, 030021*, 2020.
- [6] O. Safitri, B. Widodo, D. Adzkiya and K. Kamiran, Unsteady Magnetohydrodynamics Mixed Convection Flow Pass Sliced Magnetic Sphere in Nano Fluid. *AIP Conference Proceeding 2242, 030027*, 2020.
- [7] B. Widodo, Unsteady Magnetohydrodynamics Nano Fluid Flows Pass a Cut Magnetic Solid Sphere When The Mixed Convection Included. *Journal of Physics: Conference Series 1872, 012032*, 2021.
- [8] R. Kandasamy, N. A. B. M. Zailani and F. N. B. Jaafar, "Nanoparticle Shape Effects on Squeezed MHD Flow of Water Based Cu,Al₂O₃, and SWCNTs Over a Porous Sensor Surface," *St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics* **3**, 308-321, 2017.
- [9] M. G. Ktarkherman, V. A. Emelkin and B. A. Pozdnyakov, "Production of Lithium Oxide by Decomposition Lithium Carbonate in the Flow of a Heat Carrier," *Theoretical Foundations of Chemical Engineering Vol. 43 No. 1*, 88-93, 2009.
- [10] BYJU'S. (online). <https://byjus.com/>, accessed 7 August 2021.
- [11] NIST Chemistry WebBook, SRD 69. (online). <https://webbook.nist.gov/>, accessed 7 August 2021.
- [12] F. Masdeu, C. Carmona, G. Horrach and J. Munoz, "Effect of Iron (III) Oxide Powder on Thermal Conductivity and Diffusivity of Lime Mortar," *Materials* **14**, 998, 2021.