



PENENTUAN POLA PENYEBARAN CURAH HUJAN HARIAN KABUPATEN KARO DENGAN MENGGUNAKAN RANTAI MARKOV ORDE-N

SAID RYANDA WAHYUDI^{1*}, RINA FILIA SARI², RINA WIDYASARI³

¹Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Indonesia

^{2,3}Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Sumatera Utara Indonesia

* saidwahyudi58@gmail.com

ABSTRAK

Dampak dari keragaman curah hujan yang tinggi seringkali menimbulkan permasalahan yang serius bagi kehidupan manusia. Pada penelitian ini, Kabupaten Karo dipilih sebagai lokasi yang akan ditentukan pola penyebaran curah hujan hariannya. Terjadinya hujan atau tidak dalam suatu hari dapat dimodelkan oleh rantai Markov 3 state. State ditentukan berdasarkan besarnya intensitas curah hujan setiap hari. Di setiap musim ditentukan matriks transisi dengan metode penduga maximum likelihood. Berdasarkan hasil penelitian, model rantai Markov dapat digunakan untuk menentukan pola penyebaran curah hujan harian. Dengan uji Chi-Square telah ditunjukkan bahwa data memenuhi sifat Markov. Peluang hari hujan dalam jangka panjang menggunakan kriteria hujan lebat lebih besar dari 20 mm lebih sesuai dengan kondisi yang sebenarnya dibandingkan kriteria yang lain. Sedangkan penggunaan kriteria yang berbeda tidak mempengaruhi rata-rata panjang periode hari hujan pada musim hujan dan musim kemarau.

Kata Kunci: intensitas curah hujan, maximum likelihood, chi-square, rantai Markov orde-n

ABSTRACT

The impact of high rainfall diversity often causes serious problems for human being. In this research, Karo Regency was chosen as the location that its pattern of daily rainfall distribution will be determined. The occurrence of rain in one day can be modeled with the 3 states Markov chain. State is determined based on the amount of daily rainfall intensity. In each season the transition matrix is determined using the maximum likelihood estimator method. Based on the study, the Markov chain model can be used to determine the pattern of daily rainfall distribution. The Chi-Square test is used to show that daily rainfall data meet the Markov property. Probability of rainy days in the long run using the criteria of heavy rain greater than 20 mm is more in line with the actual conditions than the other criteria. While the use of different criteria does not affect the average length of the rainy days during the rainy and dry seasons.

Keywords: Rainfall Intensity, Maximum likelihood, Chi-square, Markov Chain Orde-n.

1 Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, sering kita jumpai perubahan-perubahan baik perubahan yang bersifat statis maupun perubahan yang bersifat dinamis, contohnya perubahan cuaca, perubahan penggunaan suatu produk dan lainnya. Perubahan-perubahan yang terjadi apabila diabaikan, akan menimbulkan kerugian. Oleh karena itu, perlu dilakukan persiapan untuk

menghadapi perubahan ini. Tanpa disadari, perubahan ini berupa suatu proses yang disebut proses stokastik, dimana keadaan di masa mendatang bergantung pada keadaan saat ini.

Dalam statistika terdapat proses stokastik yakni keadaan yang menunjukkan struktur probabilitas berdasarkan data masa lalu maupun saat ini. Probabilitas adalah peluang (kemungkinan) terjadinya suatu kejadian berdasarkan pendekatan secara matematis dan struktur probabilitas tentang suatu kejadian di masa yang akan datang dapat diketahui dengan metode rantai Markov [4].

Rantai Markov (*Markov Chain*) merupakan suatu teknik perhitungan yang sering digunakan dalam pemodelan permasalahan perubahan (transisi). Teknik ini digunakan untuk membantu dalam memperkirakan perubahan yang mungkin terjadi di masa mendatang dengan mempertimbangkan kejadian sebelumnya. Uniknya, teknik ini dapat digunakan untuk memprediksi suatu keadaan dalam jangka pendek [11], salah satunya yakni memprediksi cuaca.

Penelitian ini menganalisis tentang curah hujan dikarenakan curah hujan merupakan salah satu unsur iklim yang paling berpengaruh di Indonesia. Selain menjadi sumber daya alam yang sangat dibutuhkan, curah hujan juga dapat menimbulkan bencana jika pengelolannya tidak tepat. Curah hujan yang tinggi khususnya di Indonesia menyebabkan bencana banjir, sedangkan curah hujan yang rendah menyebabkan wilayah ini rentan terhadap kekeringan. Dampak perubahan cuaca dan iklim ekstrim merupakan bagian permasalahan yang paling serius bagi kehidupan masyarakat di dunia [14].

Penyebaran curah hujan terutama curah hujan harian terkhususnya di Kabupaten Karo diperlukan untuk perencanaan masa yang akan datang. Akibatnya, informasi tentang penyebaran curah hujan harian sangat penting untuk pengelolaan pasokan air, skema irigasi dan evaluasi lahan untuk rencana pengelolaan air tanah yang efektif. Hal ini bermanfaat dalam kegiatan pertanian yaitu dalam menentukan awal musim tanam, jadwal pemupukan serta pengendalian hama dan penyakit tanaman. Selain itu penyebaran curah hujan harian sangat penting untuk sektor pariwisata di daerah tersebut. Dengan mengetahui pola penyebaran curah hujan harian maka dampak dari kejadian yang ekstrim tersebut dapat diantisipasi secara langsung.

Oleh karena itu untuk mengatasi permasalahan yang sering terjadi dalam penyebaran curah hujan tersebut maka digunakan model stokastik dengan fungsi matematis. Analisa stokastik digunakan karena faktor ketidakpastian yang menyertai suatu karakteristik hidrologis. Salah satu model analisis stokastik yang dapat dipergunakan untuk mengatasi ketidakpastian ini adalah model stokastik rantai markov. Stokastik rantai markov ini merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang di mana *state* yang akan datang hanya dipengaruhi oleh *state* sekarang dan bebas terhadap *state* yang lalu [9].

Penggunaan rantai Markov sebagai alat untuk memprediksi secara sederhana dapat dilihat pada penerapannya dalam memprediksi cuaca. Prediksi cuaca dengan rantai Markov telah dilakukan lebih dari 40 tahun yang lalu seperti penelitian yang dilakukan oleh Neumann (1962)[8] kemudian dilakukan kembali oleh Haan (1976) yang memodelkan curah hujan harian sederhana dengan rantai Markov orde satu [3]. Pada tahun 2017, Tettey *et al.* menganalisis pola curah hujan lima wilayah geografis di Ghana dengan rantai Markov [12]. Pada tahun yang sama, Khatani dan Ghose (2017) juga meramalkan cuaca namun dengan menggunakan model *hidden* Markov [7]. Selanjutnya, Ihsan *et al.* (2019) meramalkan pola curah hujan di kota Makasar dengan rantai Markov [6]. Penelitian-penelitian sebelumnya menggunakan teknik rantai Markov sederhana orde satu dan orde 2, tidak memperhatikan peluang *steady state* perubahan cuaca dari kemarau ke hujan. Hal inilah yang mendorong

penelitian ini dilakukan dengan memperhatikan peluang *steady state steady state* yang dilakukan sampai orde ke- n .

2 Tinjauan Pustaka

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah suatu keluarga *variable* acak $[X(t), t \in T]$. Semua kemungkinan yang dapat terjadi pada *variable* acak $X(t)$ disebut ruang keadaan (*state space*). Satu nilai t dari T disebut indeks atau parameter waktu [2].

Menurut Gross (2008) melalui parameter waktu ini, proses stokastik dapat dibedakan menjadi dua bentuk yaitu :

- Jika $T = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, maka proses stokastik ini berparameter diskrit dan biasanya dinyatakan dengan notasi $\{X_t\}$
- Jika $T = \{t \mid t \geq 0\}$, maka proses stokastik ini berparameter kontinu dan biasanya dinyatakan dengan notasi $\{X_t \mid t \geq 0\}$

Bagian yang paling penting dari proses stokastik ini adalah rantai Markov. Rantai Markov ini sebenarnya suatu kasus khusus dari proses yang digunakan untuk mempelajari perilaku sistem stokastik tertentu [1].

2.2 Rantai Markov

Rantai Markov adalah salah satu bentuk dari proses stokastik yang memenuhi sifat Markov, yaitu peluang kejadian atau peubah acak X pada waktu $t + 1$ hanya akan dipengaruhi oleh kejadian X pada waktu t dan tidak akan dipengaruhi oleh kejadian sebelum waktu t . Misalkan X_0, X_1, X_2, \dots menjadi urutan *variable* acak diskrit, mengambil nilai beberapa himpunan S dan sedemikian rupa sehingga dapat dinyatakan dengan:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i). \quad (1)$$

Untuk semua $i, j, i_0, \dots, i_{n-1}$ dalam S dan semua n . Urutan $\{X_n\}$ ini kemudian disebut rantai markov.

2.3 Matriks Peluang Transisi

Menurut (Hillier dan Lieberman, 2001) peluang bersyarat $\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\}$ disebut sebagai peluang transisi dan dinotasikan dengan p_{ij} , dimana untuk setiap i dan j ,

$$\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\} = \{X_1 = j \mid X_0 = i\}; n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Peluang transisi satu langkah (*one-step transition probability*) didefinisikan sebagai berikut.

$$P_{ij}^{n,n+1} = P\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\} \quad (3)$$

Kita akan berbicara tentang rantai Markov yang mempunyai peluang transisi stationer (*stationary transition probabilities*), yaitu peluang transisi yang bebas dari waktu n , sehingga $P_{ij}^{n,n+1} = P_{ij}$ dan memenuhi

$$P_{ij} \geq 0 \text{ untuk } i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} P_{ij} = 1 \text{ untuk } i = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Matriks peluang transisi P_{ij} dapat ditulis dalam matriks transisi P :

$$P = p_{i,j} = \begin{bmatrix} P_{0,0} & \dots & P_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m,0} & \dots & P_{m,m} \end{bmatrix}$$

2.4 Model Frekuensi Hari Hujan

Model frekuensi hari hujan digunakan untuk menentukan hari hujan dalam suatu hari. Terjadinya hujan diklasifikasikan ke dalam *state* 1, 2, 3 dengan *state* 1 menyatakan “hari tidak hujan”, sedangkan *state* 2 menyatakan “hari hujan ringan”, dan *state* 3 menyatakan “hari hujan lebat”. Model frekuensi hujan tersebut dibangun menggunakan rantai Markov orde dua $\{X_t, t = 1, 2, \dots\}$ sehingga terjadinya hujan hari ini hanya bergantung pada terjadinya hujan satu hari sebelumnya. Didefinisikan matriks transisi dari rantai Markov sebagai berikut [8]:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari keeratan hubungan antara dua variabel, maka perlu untuk mengetahui koefisien korelasi. Terdapat beberapa metode dalam mencari koefisien korelasi, diantaranya koefisien korelasi Cramer. Koefisien korelasi Cramer digunakan apabila data yang diamati memiliki skala nominal atau kategorikal. Dalam hal ini yaitu keeratan hubungan antara kategori *state* dan kelompok musim. Koefisien korelasi Cramer didefinisikan sebagai berikut [10]:

$$C = \sqrt{\frac{x^2}{N(L-1)}}, C \in [0,1]$$

C = nilai koefisien korelasi Cramer.

N = jumlah seluruh observasi.

L = nilai minimum dari kategori *state* dan kelompok musim.

2.5 Uji Chi-Square

Uji kecocokan bertujuan untuk menentukan tingkat penyimpangan atau perbedaan antara data pengamatan dengan hasil pengaplikasian. Dengan membandingkan dua data tersebut maka dapat disimpulkan apakah aplikasi menggunakan rantai Markov ini mampu meramal curah hujan yang akan datang dengan panjang data tertentu. Untuk mengetahui tingkat kesalahan dari aplikasi, pada penelitian ini dilakukan uji kecocokan berupa uji Chi-Square.

Dikarenakan data yang diuji adalah data rasio, maka data harus dibentuk dalam kelas-kelas sehingga menjadi data nominal. Rumus dasar Chi-Square adalah

$$x^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

x^2 = Parameter Chi-Kuadrat terhitung n = Jumlah sub kelompok

O_i = Frekuensi dari data yang diobservasi pada sub kelompok i

E_i = Frekuensi dari data yang diharapkan

Setelah nilai x^2 hitung diperoleh, nilai tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai x^2 tabel dengan derajat kebebasan ($dk = (n - 1)$) dan taraf nyata α .

2.6 Peluang Hari Hujan Dalam Jangka Panjang

Menurut (Taha 2006). Misalkan $\pi = [\pi_i]$ merupakan suatu vector yang setiap komponennya menyatakan proses akan berada pada *state* i . Untuk waktu $n \rightarrow \infty$ disebut vector peluang stasioner atau peluang steady state merupakan proses berjalan selama beberapa periode, nilai peluang transasinya akan tetap. Dalam kasus ini, π_i dapat diartikan sebagai proporsi waktu dalam jangka panjang di mana rantai Markov berada pada *state* i . Vektor dapat dihitung sebagai $\pi = \pi_P$, dimana $[\pi_1 \pi_2 \pi_3]$ adalah solusi tak negative dari persamaan berikut:

$$\pi_1 = \pi_1 P_{11} + \pi_2 P_{21} + \pi_3 P_{31} \Leftrightarrow \pi_1(P_{11} - 1) + \pi_2 P_{21} + \pi_3 P_{31} = 0 \quad (7)$$

$$\pi_2 = \pi_1 P_{12} + \pi_2 P_{22} + \pi_3 P_{32} \Leftrightarrow \pi_1 P_{12} + \pi_2(P_{22} - 1) + \pi_3 P_{32} = 0 \quad (8)$$

$$\pi_3 = \pi_1 P_{13} + \pi_2 P_{23} + \pi_3 P_{33} \Leftrightarrow \pi_1 P_{13} + \pi_2 P_{23} + \pi_3(P_{33} - 1) = 0 \quad (9)$$

sehingga dapat dibentuk ke dalam persamaan matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} P_{11} - 1 & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} - 1 & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dan dapat dikatakan bahwa

$$(P^T - I)\pi = 0 \quad (10)$$

Merupakan vektor peluang *steady state* π merupakan vektor eigen yang ditentukan melalui nilai eigen λ sehingga π harus memenuhi

$$(P^T - \lambda I)\pi = 0 \quad (11)$$

dengan nilai eigen $\lambda = 1$ dan I adalah matriks identitas berordo 3×3 , yaitu:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena π merupakan vektor peluang, maka π juga harus memenuhi

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \quad (12)$$

Vektor peluang *steady-state* yang memenuhi persamaan di atas adalah

$$\pi_1 = ((1 - r) - (1 - s)/q)^{-1} \quad (13)$$

$$\pi_2 = \left(-r - \frac{ps}{q}\right) \pi_1 \quad (14)$$

$$\pi_3 = \left(\frac{p}{q}\right) \pi_1 \quad (15)$$

Dengan

$$p = \begin{bmatrix} p_{13} & p_{23}(p_{11} - 1) \\ p_{33} - 1 & p_{21}p_{33} - 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$q = \left[1 - \frac{p_{23}p_{31}}{p_{21}(p_{33} - 1)}\right] \quad (17)$$

$$r = \frac{p_{12}}{p_{22} - 1} \quad (18)$$

$$s = \frac{p_{32}}{p_{22} - 1} \quad (19)$$

[13].

3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan pendekatan literatur deskriptif kuantitatif. Pada pendekatan literatur, yaitu dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan dengan penelitian sebagai acuan dalam menyelesaikan penelitian. Sedangkan pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu dengan menganalisis data dan menyusun data yang sudah ada sesuai dengan kebutuhan peneliti, dengan data yang digunakan dalam penelitian ini berupa angka atau data numerik.

Variabel yang Diteliti

Variabel yang diteliti adalah curah hujan harian 1 Januari 2020 – 31 Januari 2020, 1 April 2020 – 30 April 2020, dan 1 Juli 2020 – 31 Juli 2020, di Stasiun Klimatologi Kelas 1 Deli Serdang Sumatera Utara. Langkah-langkah selanjutnya yaitu:

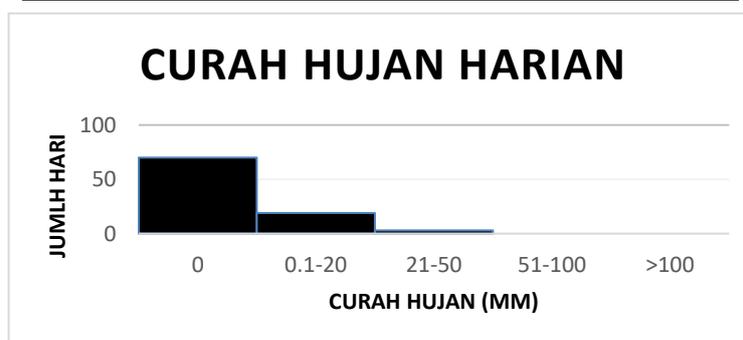
1. Kategorisasi kelompok hari berdasarkan sifat hujan.
2. Pengelompokan data berdasarkan musim.
3. Menentukan matriks peluang transisi berdasarkan data *input* yang digunakan.
4. Menguji data apakah memenuhi kecocokan Markov atau tidak.
5. Menghitung peluang hari hujan dalam jangka panjang.
6. Menghitung rata-rata panjang periode untuk masing-masing musim.
7. Penarikan kesimpulan

4 Hasil dan Pembahasan

Data curah hujan harian menurut BMKG terdiri dari 5 kategori yaitu: tidak hujan, hujan ringan, hujan sedang, hujan lebat, dan hujan sangat lebat. Dengan batasan nilai yang ditunjukkan pada tabel 1 berikut.

Tabel 1. Kategori Hujan (BMKG Sampali)

No	Kategori	Intensitas Curah Hujan
		Setiap Hari (mm)
1	Tidak Ada Hujan	-
2	Hujan Ringan	0.1 – 20
3	Hujan Sedang	21 – 50
4	Hujan Lebat	51 – 100
5	Hujan Sangat Lebat	>100



Gambar 1. Curah Hujan Kabupaten Karo

Berdasarkan kategori sifat hujan harian BMKG yang ditunjukkan pada Tabel 1 dan histogram data curah hujan harian pada Gambar 1, maka data curah hujan harian dikelompokkan ke dalam 3 *state* dan dua kasus dengan kriteria seperti yang tercantum pada Tabel 2.

Tabel 2. Intensitas Curah Hujan Masing-Masing Kasus

State	Kasus 1	Kasus 2
	Intensitas Curah Hujan Setiap Hari (mm/hari)	Intensitas Curah Hujan Setiap Hari (mm/hari)
1	-	-
2	0.1 – 50	0.1 – 20
3	>50	>20

Intensitas curah hujan harian untuk *state* 1 pada kasus 1 dan kasus 2 mempunyai kriteria yang sama, tetapi pada *state* 2 dan *state* 3 untuk kasus 1 dan kasus 2 mempunyai kriteria yang berbeda. *State* 2 pada kasus 1 mempunyai kriteria intensitas curah hujan harian antara 0.1 mm sampai 50 mm sedangkan kasus 2 mempunyai kriteria intensitas curah hujan harian antara 0.1 mm sampai 20 mm. *State* 3 mempunyai kriteria intensitas curah hujan harian lebih besar dari 50 mm untuk kasus 1 dan lebih besar dari 20 mm untuk kasus 2.

Tabel 3. Intensitas Curah Hujan Masing-Masing Kasus

State	Kasus 1	Kasus 2
	Intensitas Curah Hujan Setiap Hari (mm/hari)	Intensitas Curah Hujan Setiap Hari (mm/hari)
1	-	-
2	0.1 – 50	0.1 – 20
3	>50	>20

4.1 Pengelompokan Data Berdasarkan Musim

Tabel 4. Jumlah Hari Berdasarkan Musim pada Kasus1 Kelompok Tiga Musim

State	Jumlah Hari			Total
	Musim Hujan	Musim Transisi	Musim Kemarau	
1	24	23	22	69
2	7	7	9	23
3	0	0	0	0
Total	31	30	31	92

Berdasarkan Tabel 4 jumlah hari tidak hujan pada masing-masing musim pada kasus 1 sebanyak 24 hari, 23 hari, dan 22 hari. Sedangkan jumlah hari hujan ringan masing-masing musim pada kasus 1 sebanyak 7 hari, 7 hari dan 9 hari. Dan jumlah hari hujan lebat pada masing-masing musim pada kasus 1 memiliki jumlah yang sama yaitu 0 hari.

Tabel 5. Jumlah Hari Berdasarkan Musim Pada Kasus 2 Kelompok Tiga Musim

State	Jumlah Hari			Total
	Musim Hujan	Musim Transisi	Musim Kemarau	
1	24	23	22	69
2	5	6	9	20
3	2	1	0	3
Total	31	30	31	92

Berdasarkan Tabel 5 jumlah hari tidak hujan pada masing-masing musim pada kasus 2 sebanyak 24 hari, 23 hari, dan 22 hari. Sedangkan jumlah hari hujan ringan masing-masing musim pada kasus 2 sebanyak 5 hari, 6 hari dan 9 hari. Dan jumlah hari hujan lebat pada masing-masing musim pada kasus sebanyak 2 hari, 1 hari dan 0 hari.

Tabel 6. Nilai Koefisien Korelasi Cramer Pada Kelompok Tiga Musim

Kasus	Nilai koefisien korelasi Cramer
1	0.049
2	0.118

Berdasarkan Tabel 6 dapat disimpulkan bahwa kasus 2 memiliki nilai koefisien korelasi Cramer yang lebih tinggi dibandingkan dengan kasus 1 sehingga hubungan antara kategori *state* dengan kelompok musim lebih baik dibandingkan dengan kasus 1.

Tabel 7. Jumlah Hari Berdasarkan Musim Pada Kasus 1 Kelompok Dua Musim

State	Jumlah Hari		Total
	Musim Hujan	Musim Kemarau	
1	24	45	69
2	7	16	23
3	0	0	0
Total	31	61	92

Berdasarkan Tabel 7 jumlah hari tidak hujan pada masing-masing musim pada kasus 1 sebanyak 24 hari, dan 45 hari. Sedangkan jumlah hari hujan ringan masing-masing musim pada kasus 1 sebanyak 7 hari, dan 16 hari. Dan jumlah hari hujan lebat pada masing-masing musim pada kasus 1 memiliki jumlah yang sama yaitu 0 hari.

Tabel 8. Jumlah Hari Berdasarkan Musim Pada Kasus 2 Kelompok Dua Musim

State	Jumlah Hari		Total
	Musim Hujan	Musim Kemarau	
1	24	45	69
2	5	15	23
3	2	1	3
Total	31	61	92

Berdasarkan Tabel 8 jumlah hari tidak hujan pada masing-masing musim pada kasus 2 sebanyak 24 hari, dan 45 hari. Sedangkan jumlah hari hujan ringan masing-masing musim pada kasus 2 sebanyak 5 hari, dan 15 hari. Dan jumlah hari hujan lebat pada masing-masing musim pada kasus 2 sebanyak 2 hari dan 1 hari.

Tabel 9. Nilai Koefisien Korelasi Cramer Pada Kelompok Dua Musim

Kasus	Nilai koefisien korelasi Cramer
1	0.04
2	1.11

Berdasarkan Tabel 9 dapat disimpulkan bahwa kasus 2 memiliki nilai koefisien korelasi Cramer yang lebih tinggi dibandingkan dengan kasus 1 sehingga hubungan antara kategori *state* dengan kelompok musim lebih baik dibandingkan dengan kasus 1. Secara keseluruhan, hubungan antara kategori *states* pada kelompok dua musim untuk kasus 2 mempunyai nilai koefisien korelasi Cramer tertinggi sehingga mempunyai hubungan yang paling baik.

4.2 Matriks Peluang Transisi

Kasus I Kelompok 3 Musim

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 1 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.792 & 0.2083 & 0 \\ 0.714 & 0.2857 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Maka peluang pada musim hujan, peluang (P_{11}) terjadinya hari ini tidak hujan dan besoknya hujan adalah 79.2%, peluang (P_{12}) terjadinya hari ini tidak hujan dan besoknya hujan ringan pada musim hujan adalah 20.83%, peluang (P_{13}) terjadinya hari ini tidak hujan dan besoknya hujan lebat adalah 0.

Matriks peluang transisi musim transisi kasus 1 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.6818 & 0.3182 & 0 \\ 0.778 & 0.2222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks peluang transisi musim kemarau kasus 1 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.8261 & 0.1739 & 0 \\ 0.5714 & 0.4286 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kasus II Kelompok 3 Musim

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 2 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.7917 & 0.125 & 0.083 \\ 0.6 & 0.4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks peluang transisi musim transisi kasus 2 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.8261 & 0.1304 & 0.043 \\ 0.667 & 0.3333 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks peluang transisi musim kemarau kasus 2 kelompok tiga musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.6818 & 0.3182 & 0 \\ 0.778 & 0.2222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kasus I Kelompok 2 Musim

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 1 kelompok dua musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.792 & 0.2083 & 0 \\ 0.714 & 0.2857 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 1 kelompok dua musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.7556 & 0.2444 & 0 \\ 0.6875 & 0.3125 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kasus II Kelompok 2 Musim

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 2 kelompok dua musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.7917 & 0.125 & 0.083 \\ 0.6 & 0.4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriks peluang transisi musim hujan kasus 2 kelompok dua musim

$$P = \begin{pmatrix} 0.7556 & 0.2444 & 0 \\ 0.7333 & 0.2667 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4.3 Uji Chi-Square

Tabel 10. Hasil Uji Chi-Square Kasus 1 Tiga Musim

Musim	X^2	X^2_{α} (df=4)	Perbandingan Nilai Chi-Square
Hujan	0.2	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)
Transisi	1.95	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)
Kemarau	0.3	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)

Oleh karena x^2 hitung $<$ x^2 tabel maka H_0 diterima, sehingga disimpulkan tidak terdapat kecenderungan dalam data curah hujan harian kasus I kelompok 3 Musim. Hal yang sama juga dilakukan pada kasus II kelompok 3 musim, kasus I kelompok 3 musim dan kasus II kelompok 2 musim.

Tabel 11. Hasil Uji Chi-Square Kasus 1 Dua Musim

Musim	X^2	X^2_{α} (df=4)	Perbandingan Nilai Chi-Square
Hujan	3.2	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)
Transisi	4.84	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)
Kemarau	0.3	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=4)

Tabel 12. Hasil Uji Chi-Square Kasus 2 Dua Musim

Musim	X^2	X^2_{α} (df=2)	Perbandingan Nilai Chi-Square
Hujan	3.2	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=2)
Kemarau	2.18	9.488	$X^2 < X^2_{\alpha}$ (df=2)

4.4 Peluang Hari Hujan dalam Jangka Panjang

Tabel 13. Hasil Peluang Hari Hujan Dalam Jangka Panjang Kelompok Tiga Musim

Musim	Kasus 1			Kasus 2		
	π_1	π_2	π_3	π_1	π_2	π_3
Hujan	0.77 4	0.2 26	0	0.77 4	0.16 12	0.06 48
Transi si	0.70 97	0.2 903	0	0.8	0.16 6	0.03 4
Kema rau	0.76 7	0.2 33	0	0.70 97	0.29 03	0

Berdasarkan Tabel 13 dapat dijelaskan bahwa pada musim hujan, peluang hari hujan ringan

dalam jangka panjang pada kasus 1 dan kasus 2 berturut- turut adalah 22.6 % dan 16.12%. Peluang hari hujan lebat pada kasus 1 dan kasus 2 berturut turut adalah 0% dan 6.48%. Peluang hari tidak hujan pada musim kemarau dalam jangka panjang untuk kasus 1 dan kasus 2 tidak jauh berbeda dengan masing-masing nilai 76.7% dan 70.97%.

Tabel 14. Hasil Peluang Hari Hujan Dalam Jangka Panjang Kelompok Dua Musim

Musim	Kasus 1			Kasus 2		
	π_1	π_2	π_3	π_1	π_2	π_3
Hujan	0.774	0.226	0	0.774	0.1612	0.0648
Kemarau	0.738	0.262	0	0.75	0.25	0

Peluang hari hujan ringan pada musim hujan dalam jangka panjang untuk kasus 1 dan kasus 2 berturut- turut adalah 22.6 % dan 16.12%. Sedangkan peluang hari hujan lebat pada kasus 1 dan kasus 2 berturut-turut adalah 0% dan 6.48%. Peluang hari tidak hujan pada musim kemarau dalam jangka panjang untuk kasus 1 dan kasus 2 cenderung sama dengan masing-masing nilai 73.8% dan 75%. Secara keseluruhan, peluang hari hujan lebat dalam jangka panjang dalam kasus 2 lebih besar dibandingkan kasus 1 untuk musim hujan dan musim kemarau sehingga lebih sesuai dengan kondisi yang sebenarnya yaitu musim hujan mempunyai hari hujan lebat lebih tinggi dan dapat dikatakan lebih realistis dibandingkan kasus 1. Peluang hari tidak hujan dalam jangka panjang pada musim kemarau untuk kelompok tiga musim kasus 2 memiliki nilai peluang yang paling tinggi dan nilai peluang hari hujan lebat dalam jangka panjang pada musim hujan juga paling tinggi.

4.5 Rata-Rata Panjang Periode

Tabel 15. Hasil rata-rata panjang periode kelompok tiga musim

Musim	Kasus 1			Kasus 2		
	E(T ₁)	E(T ₂)	E(T ₃)	E(T ₁)	E(T ₂)	E(T ₃)
Hujan	5	1	1	5	2	1
Transisi	3	1	1	6	2	1
Kemarau	6	2	1	3	1	1

Berdasarkan Tabel 15 (kelompok 3 musim), jumlah hari tidak hujan secara berturut-turut pada musim hujan untuk kasus 1 dan kasus 2 adalah 5 hari, jumlah hari hujan ringan secara berturut-turut pada musim hujan untuk kasus 1 dan kasus 2 berturut-turut adalah 1 hari dan 2 hari, dan jumlah hari hujan lebat secara berturut-turut pada musim hujan untuk kasus 1 dan kasus 2 berturut-turut adalah 1 hari dan 1 hari. Jumlah hari tidak hujan secara berturut-turut pada musim transisi untuk kasus 1 dan kasus 2 adalah 3 hari dan 6 hari, jumlah hari hujan ringan secara berturut-turut pada musim transisi untuk kasus 1 dan kasus 2 adalah 1 hari dan 2 hari, dan jumlah hari hujan lebat secara berturut-turut pada musim transisi untuk kasus 1 dan kasus 2 adalah 1 hari.

Tabel 16. Hasil Rata-Rata Panjang Periode Kelompok Dua Musim

Musim	Kasus 1			Kasus 2		
	E(T ₁)	E(T ₂)	E(T ₃)	E(T ₁)	E(T ₂)	E(T ₃)
Hujan	5	1	1	5	2	1
Kemarau	4	1	1	4	1	1

Tabel 16 (kelompok dua musim) menunjukkan bahwa jumlah hari tidak hujan secara berturut-turut pada musim hujan dan musim kemarau untuk setiap kasus mempunyai nilai yang berbeda dengan kelompok tiga musim. Begitu pula dengan jumlah hari hujan secara berturut-turut pada musim hujan dan musim kemarau untuk setiap kasus mempunyai nilai yang sama dengan kelompok dua musim.

Pada daerah Kabupaten Karo, anomali cuaca sering terjadi pada waktu tertentu terutama pada musim kemarau. Kondisi tersebut dapat menyebabkan peningkatan cuaca ekstrim dalam bentuk hujan dengan kategori hujan ringan sampai hujan lebat sehingga rata-rata panjang periode hujan masih cukup tinggi pada musim kemarau. Rata-rata panjang periode hujan (tidak hujan dan hujan) dapat di tentukan untuk hasil pertanian dan perkebunan khususnya di Kabupaten Karo.

5 Kesimpulan

Dari penelitian yang telah dilakukan, Model rantai Markov tiga *state* dapat digunakan untuk menentukan pola penyebaran curah hujan harian di Kabupaten Bogor. Dengan uji *Chi-Square* telah ditunjukkan bahwa terjadinya hujan pada hari yang berturut-turut saling bergantung. Hasil penentuan peluang hari hujan (tidak hujan, hujan ringan, dan hujan lebat) dalam jangka panjang pada masing-masing kelompok musim pada kriteria hujan ringan antara 0.1mm sampai 20 mm dan kriteria hujan lebat lebih besar dari 20 mm memiliki hasil yang lebih sesuai dengan kondisi yang sebenarnya di dibandingkan penentuan kriteria lainnya. Sedangkan hasil untuk penentuan rata-rata panjang periode memiliki hasil yang sama pada musim hujan dan musim kemarau untuk masing- masing kriteria pada setiap kelompok musim. Rata- rata panjang periode hari hujan pada musim kemarau mempunyai kemungkinan terdapat dua hari hujan berturut-turut sehingga cukup untuk menggambarkan bahwa rata-rata panjang periode hujan di Kabupaten Karo masih cukup tinggi pada musim kemarau.

Daftar Pustaka

- [1] Dimiyati, Tjutju Tarlihah, Ahmad Dimiyati. 2006. *Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan*. Sinar Baru Algensindo. Bandung.
- [2] Gross, D. 2008. *Fundamentals Of Queueing Theory*. John Willey and Sons. New York.
- [3] Haan CT, Allen DM, Street JO (1976) A Markov chain model of daily rainfall. *Water Resour Res* 12(3):443–449
- [4] Hanafiah, Kemas Ali. 2006. *Dasar-dasar Statistika Aneka Bidang Ilmu Pertanian dan Hayati*. PT. RAJAGRAFINDO PERSADA. Jakarta.
- [5] Hillier, F. S. and Lieberman, G. J. 2001. *Introduction to Operation Research*. 7th ed. McGraw Hill Companies Inc., New York.

- [6] Ihsan,H., Sanusi, W., dan Hasriani, H. 2019. Peramalan Curah Hujan di Kota Makasar Menggunakan Model Rantai Markov. *Journal of Mathematics, Computation and Statistics*. Vol (2) No. 1 DOI: <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v2i1.12448>
- [7] Khiatani, D. and Ghose,U. 2017. Weather forecasting using Hidden Markov Model. *International Conference on Computing and Communication Technologies for Smart Nation (IC3TSN)*, 2017, pp. 220-225, doi: 10.1109/IC3TSN.2017.8284480.
- [8] Neumann, Gabriel KR J (1962) A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv. *Q J R Meteorol Soc* 88:90–95
- [9] Rahmad, Sandi. 2015. *Simulasi Data Curah Hujan Harian Menggunakan Stokastik Rantai Markov Dengan Orde 3X3 di Daerah Aliran Sungai Kampar*. Jurnal Teknik Sipil, Vol. 2, No. 02,
- [10] Siegel, Sidney and Castellan, N. John, Jr. 1988. *Nonparametric Statistics for the*
- [11] Suhartono, D. 2013. Markov Chain. Retrieve November 17, 2014, from school of Computer Science Binus University.
- [12] Tettey, M., Oduro, F.T., Adedia, D. *et al.* Markov chain analysis of the rainfall patterns of five geographical locations in the south eastern coast of Ghana. *Earth Perspectives* 4, 6 (2017). <https://doi.org/10.1186/s40322-017-0042-6>
- [13] Wang DQ, Maritz JS. 1990. Note on Testing a Three-State Markov Chain for Independence. *Journal of Statistics Computation and Simulation*, 37: 61-68.
- [14] WMO. 2009. *Guidelines on Analysis of extremes in a changing climate in support of informed decisions for adaptation*. Publications Board. Geneva 2, Switzerland.